

Sint-Petersburg

Aan het eind van de achttiende eeuw kon je in het casino van de Russische stad Sint-Petersburg een bijzonder spel spelen. Hiervoor moest de speler eerst een vast aantal roebels¹⁾ inzetten. Deze inzet laten we in deze opgave buiten beschouwing. Het spel ging als volgt:

Het casino legt 1 roebel in de pot. Vervolgens mag de speler net zo lang gooien met een zuiver muntstuk, tot hij munt gooit. Dan is het spel ten einde en ontvangt de speler de inhoud van de pot. Elk keer als de speler kop gooit, verdubbelt de bank de inhoud van de pot en mag de speler opnieuw het muntstuk gooien.

De speler ontvangt dus 1 roebel als hij met de eerste worp al munt gooit. Als hij bijvoorbeeld eerst drie maal kop (k) gooit en dan munt (m),

ontvangt hij 8 roebel. De kans hierop is $P(\text{kkkm}) = \left(\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{1}{2} = \left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$.

De kans dat de speler in een spel 8 roebel of meer ontvangt is $\frac{1}{8}$.

2p **9** Toon dit aan.

Een speler speelt het spel vier keer.

4p **10** Bereken de kans dat hij minstens één keer 8 roebel of meer ontvangt.

Na vier keer spelen van het spel heeft een speler twee keer 1 roebel, één keer 2 roebel en één keer 8 roebel ontvangen.

5p **11** Bereken de kans dat dit zich voordoet.

Het bedrag dat een speler kan ontvangen, loopt snel op. Maar de kans om zo'n hoog bedrag te ontvangen, wordt ook snel heel klein.

4p **12** Bereken de kans dat een speler in één spel meer dan 5000 roebel ontvangt.

In dit spel is het mogelijk dat de speler een heel groot bedrag ontvangt. De kans hierop is echter heel klein.

Het casino wil niet te veel risico lopen en daarom wordt een extra regel ingevoerd. De speler mag in een spel maximaal vijf keer met het muntstuk gooien. Als hij dan nog geen munt heeft gegooid, krijgt hij dus niets uitbetaald.

4p **13** Bereken de verwachte uitbetaling aan deze speler. Je mag hierbij de tabel op de uitwerkbijlage gebruiken.