

Een oud-Egyptisch verdeelprobleem

Uit het Egypte uit de tijd van de farao's zijn enkele documenten met een wiskundige inhoud bewaard gebleven. In één van deze documenten, de Rhind papyrus, staat het volgende verdeelprobleem:

Verdeel 10 hekats gerst zó onder 10 man dat het verschil tussen het deel van elke man en zijn buurman steeds $\frac{1}{8}$ hekat is. Hoe groot is dan ieders deel?

Een hekat is een oud-Egyptische inhoudsmaat voor graan:

1 hekat \approx 4,8 liter.

In het document wordt vervolgens beschreven hoe men dit uitrekent:

- het 'gemiddelde deel' is $10 : 10 = 1$ hekat
- het aantal verschillen tussen de 10 delen is $10 - 1 = 9$
- deel het verschil $\frac{1}{8}$ door 2, het antwoord is $\frac{1}{16}$
- vermenigvuldig nu het aantal verschillen met $\frac{1}{16}$. Je krijgt $9 \times \frac{1}{16} = \frac{9}{16}$
- tel dit op bij het gemiddelde deel: dit geeft het grootste deel
- trek nu steeds $\frac{1}{8}$ hekat eraf voor elke volgende man totdat je bij de laatste komt.

De delen van groot naar klein die de 10 mannen krijgen, vormen een rij die hoort bij een lineair verband.

3p 5 Geef een recursieve formule van deze rij.

Stel je moet € 1800 verdelen onder 8 personen en wel zo dat de acht bedragen een rij vormen met een verschil van € 20 tussen elk tweetal opeenvolgende termen.

4p 6 Bereken op de manier van de oude Egyptenaren hoeveel ieder dan krijgt.

De Egyptenaren beschreven de oplossing van een dergelijk probleem in woorden en aan de hand van een voorbeeld. Men kende toen nog geen formules. Tegenwoordig kan men de oplossing veel korter beschrijven met behulp van formules.

Noem de totale hoeveelheid die verdeeld moet worden T , het verschil tussen de opeenvolgende delen v (met $v > 0$) en het aantal personen waarover verdeeld moet worden n . In het eerstgenoemde voorbeeld geldt dan $T = 10$ (hekat), $v = \frac{1}{8}$ en $n = 10$ (personen).

4p 7 Stel, uitgaande van de bovengenoemde procedure van de oude Egyptenaren, een formule op waarin het grootste deel G uitgedrukt wordt in T , v en n .