

Parabool en cirkel met variabele straal

16 maximumscore 5

- Voor de cirkel geldt $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $x^2 + (x^2 - r)^2 = r^2$ 1
- Herleiden tot $x^2(1 - 2r + x^2) = 0$ 1
- Dit geeft $x^2 = 0$ (of $x = 0$) of $x^2 = 2r - 1$ 1
- ($x^2 = 2r - 1$ moet twee oplossingen hebben, dus) er moet gelden $2r - 1 > 0$, dus $r > \frac{1}{2}$ 1

of

- Voor de cirkel geldt $x^2 + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Voor snijpunten van de cirkel en de parabool geldt $y + (y-r)^2 = r^2$ 1
- Herleiden tot $y(y - 2r + 1) = 0$ 1
- Dit geeft $y = 0$ (dus $x = 0$) of $y = 2r - 1$ 1
- ($y = 2r - 1$ geeft twee gemeenschappelijke punten als $2r - 1 > 0$, dus) er moet gelden $2r - 1 > 0$, dus $r > \frac{1}{2}$ 1

17 maximumscore 5

- De inhoud van het omwentelingslichaam van de parabool kan worden berekend met de integraal $\int_0^r \pi y \, dy$ 1
- Een primitieve van πy is $\frac{1}{2} \pi y^2$ 1
- Invullen van de grenzen geeft voor de inhoud $\frac{1}{2} \pi r^2$ 1
- Er moet gelden $\frac{1}{2} \pi r^2 - \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3} \pi r^3$ (of een gelijkwaardige vergelijking) 1
- Dit geeft $\pi r^2(3 - 8r) = 0$, dus $r = \frac{3}{8}$ 1