Constante verhouding

6 maximumscore 4

- $f_a(x) + f_{\frac{1}{a}}(x) = x - x\ln(ax) + x - x\ln(\frac{1}{a}x) = 2x - x(\ln(ax) + \ln(\frac{1}{a}x))$ 1
- $\ln(ax) + \ln(\frac{1}{a}x) = \ln(x^2) = 2\ln(x)$ 2
- Dus $\dfrac{f_a(x) + f_{\frac{1}{a}}(x)}{2} = \dfrac{2x - x \cdot 2\ln(x)}{2} = x - x\ln(x) \ \ (= f_1(x))$ 1

of

- $f_a(x) = x - x\ln(ax) = x - x\ln(a) - x\ln(x)$ 1
- $f_{\frac{1}{a}}(x) = x - x\ln(\frac{1}{a}x) = x + x\ln(a) - x\ln(x)$ 2
- Dus $\dfrac{f_a(x) + f_{\frac{1}{a}}(x)}{2} = \dfrac{2x - 2x\ln(x)}{2} = x - x\ln(x) \ \ (= f_1(x))$ 1

7 maximumscore 7

- $x - x\ln(ax) = 0$ geeft $\ln(ax) = 1$ 1
- Dit geeft $ax = \mathrm{e}$ dus $x_S = \frac{\mathrm{e}}{a}$ 1
- $f_a'(x) = 1 - (\ln(ax) + x \cdot \dfrac{a}{ax})$ 2
- $f_a'(x) = 1 - \ln(ax) - 1 = -\ln(ax) = 0$ 1
- Dit geeft $ax = 1$, dus $x_T = \frac{1}{a}$ 1
- Dit geeft: $\dfrac{x_S}{x_T} = \dfrac{\frac{\mathrm{e}}{a}}{\frac{1}{a}} = \mathrm{e}$ (en dus is de verhouding $\dfrac{x_S}{x_T}$ constant) 1

Opmerking
Als de product- en/of kettingregel niet of onjuist is toegepast, voor deze vraag maximaal 5 scorepunten toekennen.