

Natuurlijke logaritme van de wortel

12 maximumscore 3

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van f^{inv} geldt) $x = \ln(\sqrt{y})$ 1

- Dus $e^x = \sqrt{y}$ 1

- Hieruit volgt $f^{\text{inv}}(x) = (e^x)^2$, dus $f^{\text{inv}}(x) = e^{2x}$ 1

of

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van f^{inv} geldt) $x = \ln(\sqrt{y})$ 1

- ($x = \ln(y^{\frac{1}{2}})$, dus) $x = \frac{1}{2} \ln(y)$, dus $2x = \ln(y)$ 1

- Hieruit volgt $f^{\text{inv}}(x) = e^{2x}$ 1

of

- f is de samengestelde functie van $y = \sqrt{x}$ en $y = \ln(x)$ 1

- f^{inv} is dus de samengestelde functie van $y = e^x$ en $y = x^2$ 1

- Hieruit volgt $f^{\text{inv}}(x) = (e^x)^2$, dus $f^{\text{inv}}(x) = e^{2x}$ 1

13 maximumscore 4

- De lengte van het lijnstuk is $g(x) - f(x)$ 1

- $g(x) = \frac{1}{2} \cdot e^{2x}$ 1

- Beschrijven hoe het minimum van $g(x) - f(x)$ berekend kan worden 1

- De minimale lengte van het lijnstuk is 1,512 1

14 maximumscore 4

- Het bepalen van de x -coördinaat van de perforatie:

uit $\ln(x) = 0$ volgt $x = 1$ (en er geldt $\ln(\sqrt{1}) = 0$) of:

uit $\ln(\sqrt{x}) = 0$ volgt $x = 1$ (en er geldt $\ln(1) = 0$) of:

uit $\ln(x) = 0$ en $\ln(\sqrt{x}) = 0$ volgt $x = 1$ 1

- Er geldt $\ln(x^{\frac{1}{2}}) = \frac{1}{2} \ln(x)$ 1

- (Voor $x \neq 1$ en $x > 0$) geldt $h(x) (= \frac{\ln(x^{\frac{1}{2}})}{\ln(x)}) = \frac{\frac{1}{2} \ln(x)}{\ln(x)} = \frac{1}{2}$ 1

- De coördinaten van de perforatie zijn dus $(1, \frac{1}{2})$ 1