

## Paraboloïde

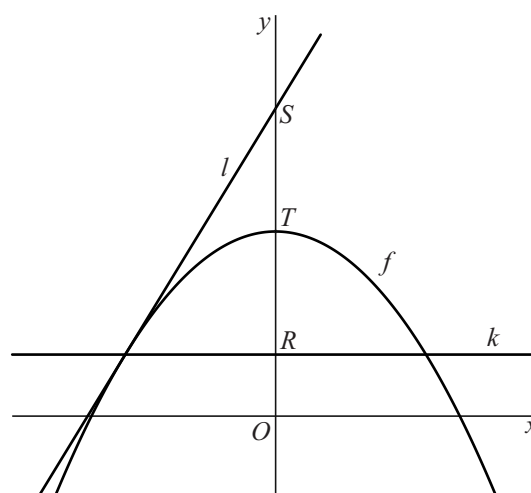
De functie  $f$  is gegeven door

$$f(x) = 1 - x^2.$$

De grafiek van  $f$  is een parabool met top  $T(0, 1)$ . Verder is gegeven lijn  $k$  met vergelijking  $y = p$ , met  $p < 1$ . Deze lijn snijdt de  $y$ -as in punt  $R$  en de parabool in twee punten. Lijn  $l$  is de raaklijn aan de parabool in het linker snijpunt. Deze lijn snijdt de  $y$ -as in punt  $S$ . Zie figuur 1.

- 6p **9** Bewijs dat  $T$  het midden is van lijnstuk  $RS$ .

figuur 1



Het gebied, begrensd door lijn  $k$ , raaklijn  $l$  en de  $y$ -as, wordt gewenteld om de  $y$ -as. Zo ontstaat een kegel. De inhoud van deze kegel is  $\frac{2}{3}\pi(p-1)^2$ .

Het gedeelte van de parabool dat zich boven de lijn  $k$  bevindt, wordt ook om de  $y$ -as gewenteld. Zo ontstaat een zogenaamde paraboloïde. Zie figuur 2.

De verhouding van de inhoud van de paraboloïde en de inhoud van de kegel is onafhankelijk van  $p$ .

- 6p **10** Bewijs dit.

figuur 2

