

## Een familie van gebroken functies

### 1 maximumscore 3

- $\frac{x}{1} + \frac{2}{x} - 3 = \frac{x}{3} + \frac{6}{x} - 3$  1
- Een herleiding tot  $\frac{2x}{3} = \frac{4}{x}$  1
- Een herleiding tot  $x^2 = 6$ , dus  $x = \sqrt{6}$  ( $x = -\sqrt{6}$  voldoet niet op het gegeven domein) 1

### 2 maximumscore 5

- De oppervlakte is  $-\int_1^2 \left( x + \frac{2}{x} - 3 \right) dx$  1
- Een primitieve van  $x + \frac{2}{x} - 3$  (voor  $x > 0$ ) is  $\frac{1}{2}x^2 + 2\ln(x) - 3x$  2
- De uitkomst van de integraal is  $2\ln(2) - 1\frac{1}{2}$  1
- De oppervlakte is  $1\frac{1}{2} - 2\ln(2)$  1

of

- De integraal  $\int_1^2 \left( x + \frac{2}{x} - 3 \right) dx$  1
- Een primitieve van  $x + \frac{2}{x} - 3$  (voor  $x > 0$ ) is  $\frac{1}{2}x^2 + 2\ln(x) - 3x$  2
- De uitkomst van de integraal is  $2\ln(2) - 1\frac{1}{2}$  1
- De oppervlakte is  $1\frac{1}{2} - 2\ln(2)$  1

lees verder ►►►

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

**3 maximumscore 4**

- $f_a'(x) = \frac{1}{a} - \frac{2a}{x^2}$  1
- $f_a'(x) = 0$  geeft  $x^2 = 2a^2$  1
- De  $x$ -coördinaat van de top is  $a\sqrt{2}$  ( $-a\sqrt{2}$  voldoet niet op het gegeven domein) 1
- Voor de toppen geldt:  $y = f_a(a\sqrt{2}) = \sqrt{2} + \frac{2}{\sqrt{2}} - 3 (= 2\sqrt{2} - 3)$  (dus alle toppen hebben dezelfde  $y$ -coördinaat) 1

of

- $f_a'(x) = \frac{1}{a} - \frac{2a}{x^2}$  1
- $f_a'(x) = 0$  geeft  $x^2 = 2a^2$  1
- Dit geeft  $a = \frac{x}{\sqrt{2}}$  (of een vergelijkbare uitdrukking) ( $a = -\frac{x}{\sqrt{2}}$  voldoet niet op het gegeven domein) 1

- Voor de toppen geldt:  $y = f_{\frac{x}{\sqrt{2}}}(x) = \frac{x}{\frac{x}{\sqrt{2}}} + \frac{2 \cdot \frac{x}{\sqrt{2}}}{x} - 3 = 2\sqrt{2} - 3$  (dus alle toppen hebben dezelfde  $y$ -coördinaat) 1

of

- $f_a(x) = \frac{1}{a} \cdot x + \frac{2}{\frac{1}{a} \cdot x} - 3 = f_1\left(\frac{1}{a} \cdot x\right)$  2
- De grafiek van  $f_a$  ontstaat dus uit die van  $f_1$  door een vermenigvuldiging ten opzichte van de  $y$ -as met factor  $a$  1
- Bij zo'n vermenigvuldiging verandert de  $y$ -coördinaat van een punt niet (dus alle toppen hebben dezelfde  $y$ -coördinaat) 1

*Opmerking*

*Als op exacte wijze de  $y$ -coördinaat van de top van de grafiek van  $f_a$  voor slechts één of enkele waarden van  $a$  wordt berekend en daaruit wordt geconcludeerd dat alle toppen dezelfde  $y$ -coördinaat hebben, voor deze vraag hoogstens 1 scorepunt toekennen.*