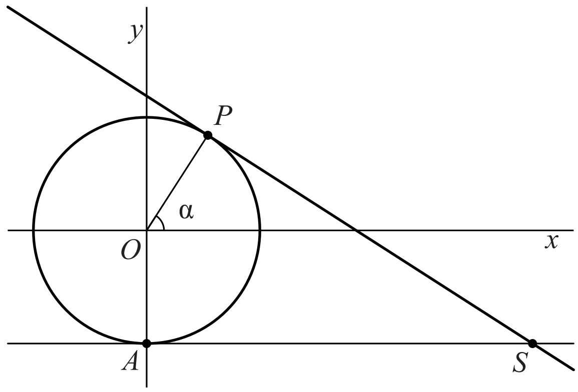
Op een cirkel

Op de cirkel met middelpunt $O(0, 0)$ ligt punt $A(0, -1)$. Punt P beweegt over de cirkel volgens de bewegingsvergelijkingen $\begin{cases} x = \cos(\alpha) \\ y = \sin(\alpha) \end{cases}$ waarbij α (met $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) de draaihoek in radialen is ten opzichte van de positieve x-as.

figuur 1



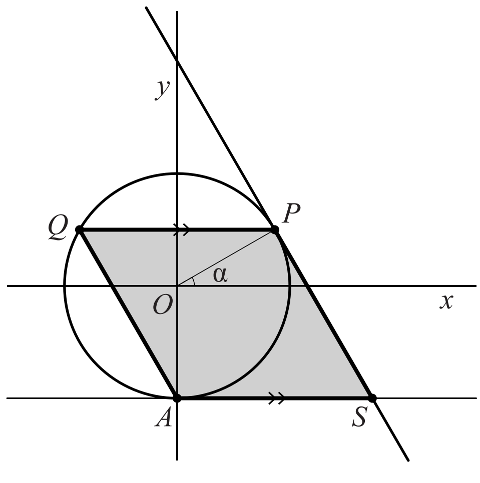
De raaklijnen aan de cirkel in de punten A en P snijden elkaar in een punt S. In figuur 1 is een mogelijke situatie getekend.

Voor de x-coördinaat van S geldt:

$$x = \frac{1 + \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$$

7p **12** Bewijs dit. Je kunt hierbij gebruikmaken van de figuur op de uitwerkbijlage.

figuur 2



Punt Q op de cirkel is het beeld van P bij spiegeling in de y-as. Als P over de cirkel beweegt, veranderen de posities van Q en van S. Bij deze beweging blijven de lijnstukken AS en PQ evenwijdig.

Voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$ is er een positie van P waarbij de lijnstukken PQ en AS even lang zijn.
In figuur 2 is deze situatie getekend.

8p **13** Bereken voor deze situatie exact de omtrek van vierhoek $ASPQ$.