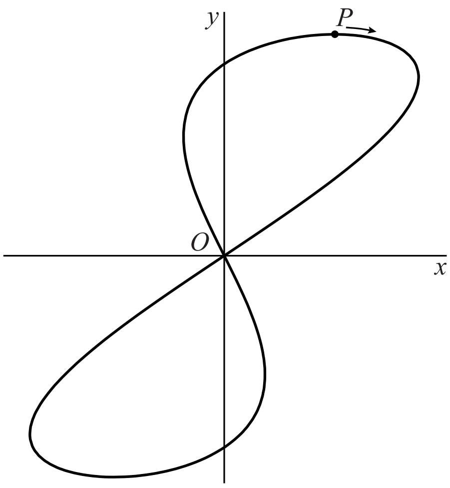
Een achtbaan

De baan van een punt P wordt gegeven door de volgende bewegingsvergelijkingen:

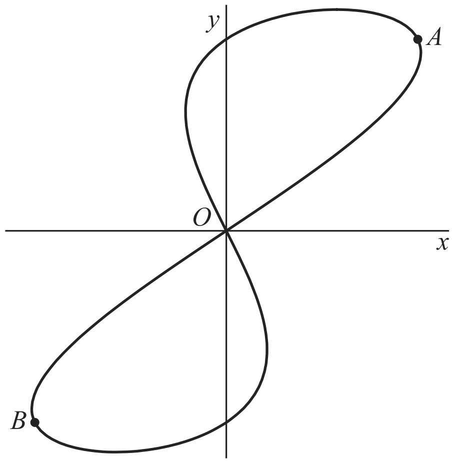
$$\begin{cases} x(t) = \cos(t) + \sin(2t) \\ y(t) = 2\cos(t) \end{cases}$$ met t in seconden en x en y in meter.

Als t loopt van 0 tot 2π, doorloopt P de baan precies één keer.
In figuur 1 is deze baan weergegeven. Ook is te zien waar P zich bevindt op $t = 0$ en in welke richting P zich dan beweegt.

figuur 1



figuur 2



5p **6** Bereken met behulp van differentiëren de maximale snelheid van het punt P in meter per seconde. Rond je antwoord af op één decimaal.

Voor $0 \le t \le 2\pi$ zijn er vier tijdstippen waarop de x-coördinaat en de y-coördinaat van P aan elkaar gelijk zijn. Op deze tijdstippen bevindt P zich achtereenvolgens in de punten A, O, B en O. Zie figuur 2.

5p **7** Bereken exact hoeveel seconden de beweging van A naar B duurt.

Een punt Q maakt dezelfde beweging als P, maar Q loopt π seconden vóór op P.

De bewegingsvergelijkingen van Q zijn dan:

$$\begin{cases} x(t) = \cos(t + \pi) + \sin(2(t + \pi)) \\ y(t) = 2\cos(t + \pi) \end{cases}$$

Als $t = \frac{1}{2}\pi$ en als $t = \frac{3}{2}\pi$, vallen P en Q samen. Op alle andere tijdstippen is er sprake van een lijnstuk PQ.

4p **8** Bewijs dat de helling van lijnstuk PQ onafhankelijk van t is.