Parabolen met gemeenschappelijke raaklijn

1 maximumscore 4

- $f_p(0) = p^2 + 2p = 0$ — 1
- $p(p+2) = 0$ geeft $p = 0$ of $p = -2$ — 1
- $p = 0$ geeft $f_0(x) = x^2$ met top $(0, 0)$ — 1
- $p = -2$ geeft $f_{-2}(x) = \left(x+2\right)^2 - 4$ met top $(-2, -4)$ — 1

2 maximumscore 4

- Het punt $(p+1\,;2p+1)$ ligt op k want $2p+1 = 2(p+1)-1$ — 1
- Het punt $(p+1\,;2p+1)$ ligt op de grafiek van f_p want $f_p(p+1) = 2p+1$ — 1
- $f_p'(x) = 2(x-p)$ — 1
- $f_p'(p+1) = 2$ en dit is ook de richtingscoëfficiënt van k (dus $(p+1\,;2p+1)$ is het raakpunt) — 1

of

- Voor het gemeenschappelijke punt geldt $(x-p)^2 + 2p = 2x - 1$ — 1
- Uitwerken geeft $x^2 - (2p+2)x + p^2 + 2p + 1 = 0$ — 1
- De discriminant van deze vergelijking is $\left(-(2p+2)\right)^2 - 4(p^2 + 2p + 1) = 0$ (dus het gemeenschappelijke punt is een raakpunt) — 1
- $x = \dfrac{2p+2}{2} = p+1$ en $y = 2(p+1) - 1 = 2p+1$ (dus $(p+1\,;2p+1)$ is het raakpunt) — 1

of

- $f_p'(x) = 2(x-p)$ — 1
- $f_p'(x) = 2$ geeft $x = p+1$ — 1
- $x = p+1$ invullen in de vergelijking van k geeft $y = 2p+1$ — 1
- Ook $f_p(p+1) = 2p+1$ (dus $(p+1\,;2p+1)$ is het raakpunt) — 1

lees verder ►►►

Vraag	Antwoord	Scores

3 **maximumscore 5**

- De x-coördinaten van Q en R_p zijn 1 en $p+1$ — 1
- Het gemiddelde van de x-coördinaten van Q en R_p is $\frac{1+p+1}{2}$ $(=\frac{1}{2}p+1)$ — 1
- $f_0(\frac{1}{2}p+1)=(\frac{1}{2}p+1)^2=\frac{1}{4}p^2+p+1$ — 1
- $f_p(\frac{1}{2}p+1)=(-\frac{1}{2}p+1)^2+2p=\frac{1}{4}p^2-p+1+2p$ — 1
- $f_0(\frac{1}{2}p+1)=f_p(\frac{1}{2}p+1)$ (dus de x-coördinaat van S_p is het gemiddelde van de x-coördinaten van Q en R_p) — 1

of

- De x-coördinaten van Q en R_p zijn 1 en $p+1$ — 1
- Het gemiddelde van de x-coördinaten van Q en R_p is $\frac{1+p+1}{2}$ $(=\frac{1}{2}p+1)$ — 1
- Voor de x-coördinaat van S_p geldt $(x-p)^2+2p=x^2$ — 1
- $x^2-2px+p^2+2p=x^2$ geeft $2px=p^2+2p$ — 1
- Hieruit volgt $x=\frac{1}{2}p+1$ (dus de x-coördinaat van S_p is het gemiddelde van de x-coördinaten van Q en R_p) — 1

lees verder ►►►

Vraag	Antwoord	Scores

4 maximumscore 6

- De raakpunten liggen bij $x=1$ en $x=5$ — 1
- De x-coördinaat van S_4 is (het gemiddelde van 1 en 5, dus) 3 — 1
- De oppervlakte van V is $\int_1^3 f_0(x)\,\mathrm{d}x + \int_3^5 f_4(x)\,\mathrm{d}x - \int_1^5 (2x-1)\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van f_0 is $\frac{1}{3}x^3$ en een primitieve van f_4 is $\frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 24x$ — 1
- Een primitieve van $2x-1$ is $x^2 - x$ — 1
- De oppervlakte van V is $(8\frac{2}{3} + 16\frac{2}{3} - 20 =)\ 5\frac{1}{3}$ — 1

of

- De raakpunten liggen bij $x=1$ en $x=5$ — 1
- De x-coördinaat van S_4 is (het gemiddelde van 1 en 5, dus) 3 — 1
- De oppervlakte van V is $\int_1^3 \big(f_0(x) - (2x-1)\big)\mathrm{d}x + \int_3^5 \big(f_4(x) - (2x-1)\big)\mathrm{d}x$ — 1
- $f_0(x) - (2x-1) = x^2 - 2x + 1$ en $f_4(x) - (2x-1) = x^2 - 10x + 25$ — 1
- Een primitieve van $x^2 - 2x + 1$ is $\frac{1}{3}x^3 - x^2 + x$ en een primitieve van $x^2 - 10x + 25$ is $\frac{1}{3}x^3 - 5x^2 + 25x$ — 1
- De oppervlakte van V is $(2\frac{2}{3} + 2\frac{2}{3} =)\ 5\frac{1}{3}$ — 1

of

- De raakpunten liggen bij $x=1$ en $x=5$ — 1
- De x-coördinaat van S_4 is (het gemiddelde van 1 en 5, dus) 3 — 1
- De oppervlakte van V is $\int_1^3 f_0(x)\,\mathrm{d}x + \int_3^5 f_4(x)\,\mathrm{d}x$ verminderd met de oppervlakte van de rechthoek en driehoek onder de raaklijn — 1
- Een primitieve van f_0 is $\frac{1}{3}x^3$ en een primitieve van f_4 is $\frac{1}{3}x^3 - 4x^2 + 24x$ — 1
- De oppervlakte van de rechthoek en de driehoek samen is $4 \cdot 1 + \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 8 = 20$ — 1
- De oppervlakte van V is $(8\frac{2}{3} + 16\frac{2}{3} - 20 =)\ 5\frac{1}{3}$ — 1