Raaklijnen aan twee parabolen

9 maximumscore 6

- De toppen van de parabolen zijn $(0, -1)$ en $(0, 3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0, 1)$ — 1
- Voor de x-coördinaten van de raakpunten moet gelden $f\,'(x) = \dfrac{f(x) - 1}{x}$, waarbij $f(x) = x^2 + 3$ (of $f(x) = -x^2 - 1$) — 1
- Dit geeft $2x = \dfrac{x^2 + 2}{x}$ — 1
- $x = \sqrt{2}$ of $x = -\sqrt{2}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = -2\sqrt{2} \cdot x + 1$ en $y = 2\sqrt{2} \cdot x + 1$ — 2

of

- De toppen van de parabolen zijn $(0, -1)$ en $(0, 3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0, 1)$ (en zijn dus van de vorm $y = ax + 1$) — 1
- In het raakpunt van de raaklijn en de dalparabool zijn de hellingen gelijk, dus voor de x-coördinaat van het raakpunt geldt $a = 2x$, ofwel $x = \frac{1}{2}a$ — 1
- Het raakpunt ligt op de raaklijn, dus $y = a \cdot \frac{1}{2}a + 1 = \frac{1}{2}a^2 + 1$ — 1
- Het raakpunt ligt op de dalparabool, dus $y = \left(\frac{1}{2}a\right)^2 + 3 = \frac{1}{4}a^2 + 3$ — 1
- $\frac{1}{2}a^2 + 1 = \frac{1}{4}a^2 + 3$ geeft $a = \sqrt{8}$ of $a = -\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = \sqrt{8} \cdot x + 1$ en $y = -\sqrt{8} \cdot x + 1$ — 1

of

- De toppen van de parabolen zijn $(0, -1)$ en $(0, 3)$, dus de raaklijnen gaan door het punt $(0, 1)$ (en zijn dus van de vorm $y = ax + 1$) — 1
- De lijn $y = ax + 1$ is raaklijn aan de parabool $y = x^2 + 3$ als de discriminant van de vergelijking $x^2 + 3 = ax + 1$ gelijk aan 0 is — 1
- Daaruit volgt $a^2 - 8 = 0$ — 2
- Dit geeft $a = \sqrt{8}$ of $a = -\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = \sqrt{8} \cdot x + 1$ en $y = -\sqrt{8} \cdot x + 1$ — 1

of

lees verder ►►►

- De lijn $y = ax + b$ is raaklijn aan de parabool $y = x \quad +3$ als de discriminant van de vergelijking $x^2 + 3 = ax + b$ gelijk aan 0 is — 1
- Daaruit volgt $a^2 - 4(3 - b) = 0$ — 1
- Evenzo leidt het nul stellen van de discriminant van de vergelijking $-x^2 - 1 = ax + b$ tot $a^2 - 4(b + 1) = 0$ — 1
- Uit deze twee vergelijkingen volgt $b = 1$ en $a^2 = 8$ — 1
- Dit geeft $a = \sqrt{8}$ of $a = -\sqrt{8}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = \sqrt{8} \cdot x + 1$ en $y = -\sqrt{8} \cdot x + 1$ — 1

of

- De raakpunten zijn $(p,\ p^2 + 3)$ en $(-p, -p^2 - 1)$ (voor zekere waarden van p) — 1
- De lijn door deze punten heeft richtingscoëfficiënt $\dfrac{2p^2 + 4}{2p}$ — 1
- (Met de afgeleide vinden we:) de helling in de raakpunten is $2p$ — 1
- $\dfrac{2p^2 + 4}{2p} = 2p$ geeft $p = -\sqrt{2}$ of $p = \sqrt{2}$ — 1
- Vergelijkingen van de raaklijnen zijn $y = -2\sqrt{2} \cdot x + 1$ en $y = 2\sqrt{2} \cdot x + 1$ — 2