

## Limietpunt

Voor  $c > 0$  is de functie  $f_c$  gegeven door:

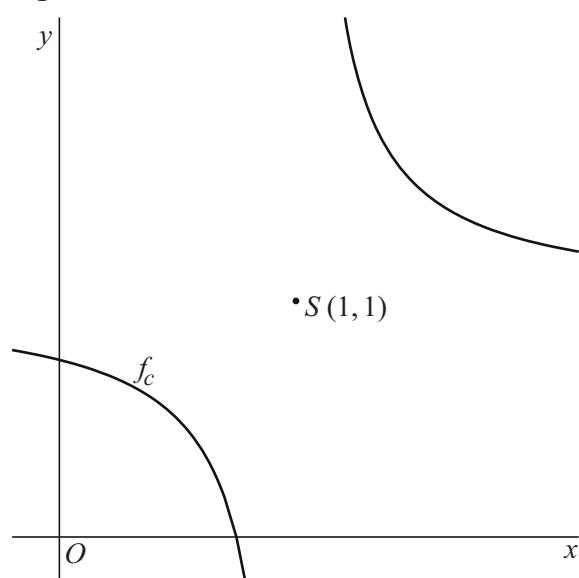
$$f_c(x) = \frac{1}{c(x-1)} + 1$$

- 3p 13 Bewijs dat voor elke waarde van  $c$  de functie  $f_c$  de inverse is van zichzelf.

Punt  $S$  is het punt met coördinaten  $(1, 1)$ .

In figuur 1 is voor een waarde van  $c$  de grafiek van  $f_c$  weergegeven.

figuur 1



De grafiek van  $f_c$  is puntsymmetrisch ten opzichte van  $S$  als voor elke waarde van  $p$  geldt:

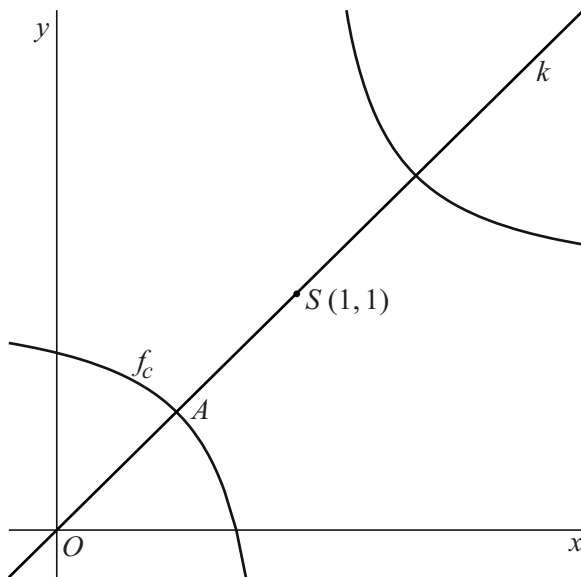
$$\frac{f_c(1+p) + f_c(1-p)}{2} = 1$$

- 3p 14 Bewijs met behulp van deze formule dat voor elke waarde van  $c$  de grafiek van  $f_c$  puntsymmetrisch is ten opzichte van  $S$ .

lees verder ►►►

Lijn  $k$  is de lijn met vergelijking  $y = x$ . Lijn  $k$  snijdt de grafiek van  $f_c$  in twee punten. Punt  $A$  is het linker snijpunt.  
 In figuur 2 is de situatie van figuur 1 uitgebreid met  $A$  en  $k$ .

**figuur 2**



Als  $c$  groter wordt, verschuift  $A$  over lijn  $k$ , waarbij zowel de  $x$ -coördinaat als de  $y$ -coördinaat van  $A$  toenemen.

Als  $c$  onbegrensd toeneemt, naderen zowel de  $x$ -coördinaat als de  $y$ -coördinaat van  $A$  tot een limietwaarde. Het punt  $A$  nadert daarom tot een vast punt: het limietpunt van  $A$ .

- 5p **15** Druk de coördinaten van  $A$  uit in  $c$  en bewijs met behulp van deze coördinaten dat  $S$  het limietpunt is van  $A$ .