

Limietpunt

13 maximumscore 3

- (Voor een punt (x, y) op de grafiek van de inverse van f_c ligt punt (y, x) op de grafiek van f_c dus er geldt) $x = \frac{1}{c(y-1)} + 1$ 1

- $c(y-1) = \frac{1}{x-1}$ 1

- $y = \frac{1}{c(x-1)} + 1$ (dus $y = f_c(x)$, dus f_c is de inverse van zichzelf) 1

of

- f_c is samengesteld uit de opeenvolgende bewerkingen ‘min 1’, ‘maal c ’, ‘omgekeerde’ en ‘plus 1’, dus de inverse van f_c is samengesteld uit de opeenvolgende bewerkingen ‘min 1’, ‘omgekeerde’, ‘gedeeld door c ’ en ‘plus 1’ 1

- Dat geeft voor de inverse $y = \frac{\frac{1}{x-1}}{c} + 1$ 1

- Dus $y = \frac{1}{c(x-1)} + 1$ (dus f_c is de inverse van zichzelf) 1

of

- $f_c(f_c(x)) = \frac{1}{c\left(\frac{1}{c(x-1)} + 1 - 1\right)} + 1$ 1

- $f_c(f_c(x)) = \frac{1}{\frac{1}{x-1}} + 1$ 1

- $f_c(f_c(x)) = x$ (dus f_c is de inverse van zichzelf) 1

of

- Spiegeling in $y = x$ van $y = \frac{1}{cx}$ geeft $x = \frac{1}{cy}$, ofwel $y = \frac{1}{cx}$, dus $y = \frac{1}{cx}$ is spiegelsymmetrisch in $y = x$ 1

- De grafiek van f_c is het beeld van de grafiek van $y = \frac{1}{cx}$ door een verschuiving langs de lijn $y = x$ (namelijk een horizontale verschuiving van 1 naar rechts en een verticale verschuiving van 1 omhoog) 1

- Door deze verschuiving blijft spiegelsymmetrie in $y = x$ behouden (dus f_c is de inverse van zichzelf) 1

lees verder ►►►

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

14 maximumscore 3

- $f_c(1+p) = \frac{1}{c(1+p-1)} + 1$ en $f_c(1-p) = \frac{1}{c(1-p-1)} + 1$ 1
- $f_c(1+p) + f_c(1-p) = \frac{1}{cp} - \frac{1}{cp} + 2 = 2$ 1
- Dus $\frac{f_c(1+p) + f_c(1-p)}{2} = 1$ (dus de grafiek van f_c is puntsymmetrisch ten opzichte van S) 1

15 maximumscore 5

- De x -coördinaat van A is een oplossing van de vergelijking $x = \frac{1}{c(x-1)} + 1$ 1
- Herleiden tot $(x-1)^2 = \frac{1}{c}$ 1
- $x_A = 1 - \sqrt{\frac{1}{c}}$ ($x = 1 + \sqrt{\frac{1}{c}}$ hoort bij het andere snijpunt) 1
- Als c onbegrensd toeneemt, nadert $1 - \sqrt{\frac{1}{c}}$ naar 1 1
- A ligt op k , dus ook $y_A = 1 - \sqrt{\frac{1}{c}}$, dus de y -coördinaat nadert ook naar 1, dus het limietpunt is $(1, 1)$ (dus S is het limietpunt) 1