

Lemniscaat

14 maximumscore 4

- Er moet gelden $\sin t \cdot \cos t = \frac{1}{4}$ 1
- ($2 \sin t \cdot \cos t = \frac{1}{2}$ geeft) $\sin(2t) = \frac{1}{2}$ 1
- Op het interval $[0, 2\pi)$ zijn de oplossingen $t = \frac{1}{12}\pi$, $t = \frac{5}{12}\pi$, $t = \frac{13}{12}\pi$ en $t = \frac{17}{12}\pi$ 2

15 maximumscore 6

- In de oorsprong geldt: $\cos t = 0$ 1
- $t = \frac{1}{2}\pi$ (of $t = \frac{3}{2}\pi$) 1
- $x'(t) = -\sin t$ 1
- $y'(t) = \cos^2 t - \sin^2 t$ ($= \cos(2t)$) 1
- $x'(\frac{1}{2}\pi) = -1$ en $y'(\frac{1}{2}\pi) = -1$ 1
- De snelheid is $\sqrt{(-1)^2 + (-1)^2} = \sqrt{2}$ 1

of

- In de oorsprong geldt: $\cos t = 0$ 1
- $t = \frac{1}{2}\pi$ (of $t = \frac{3}{2}\pi$) 1
- $x'(t) = -\sin t$ 1
- $y'(t) = \cos^2 t - \sin^2 t$ ($= \cos(2t)$) 1
- $v(t) = \sqrt{\sin^2(\frac{1}{2}\pi) + (\cos^2(\frac{1}{2}\pi) - \sin^2(\frac{1}{2}\pi))^2}$ 1
- $v(\frac{1}{2}\pi) = \sqrt{2}$ 1

Opmerking

Als met $t = 0$ wordt gerekend, voor deze vraag maximaal 3 scorepunten toekennen.

lees verder ►►►

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

16 maximumscore 3

- $(y(t))^2 = \sin^2 t \cdot \cos^2 t$ 1
- $(y(t))^2 = (1 - \cos^2 t) \cdot \cos^2 t$ 1
- Substitutie van $x(t) = \cos t$ geeft $(y(t))^2 = (1 - (x(t))^2) \cdot (x(t))^2$
(dus $y^2 = x^2 \cdot (1 - x^2)$) 1

of

- $(y(t))^2 = (\sin t \cdot \cos t)^2 = \sin^2 t \cdot \cos^2 t$ 1
- $(x(t))^2 = \cos^2 t$ en $(y(t))^2 = \sin^2 t \cdot \cos^2 t$ invullen in $y^2 = x^2 \cdot (1 - x^2)$
geeft $\sin^2 t \cdot \cos^2 t = \cos^2 t \cdot (1 - \cos^2 t)$ 1
- Dit is juist omdat $\sin^2 t + \cos^2 t = 1$ 1

of

- $(x(t))^2 \cdot (1 - (x(t))^2) = \cos^2 t \cdot (1 - \cos^2 t)$ 1
- $\cos^2 t \cdot (1 - \cos^2 t) = \cos^2 t \cdot \sin^2 t$ 1
- $\cos^2 t \cdot \sin^2 t = (\sin t \cdot \cos t)^2 = (y(t))^2$ (dus $y^2 = x^2 \cdot (1 - x^2)$) 1

17 maximumscore 4

- De gevraagde inhoud is gelijk aan $\int_0^1 \pi y^2 dx$ 1
- De inhoud is gelijk aan $\pi \int_0^1 (x^2 - x^4) dx$ 1
- Een primitieve van $x^2 - x^4$ is $\frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{5}x^5$ 1
- De inhoud is $\frac{2}{15}\pi$ 1