

Wortelfuncties

1 maximumscore 6

- (De grafieken van f en g snijden elkaar in $(0, 0)$ dus) er moet gelden:

$$\int_0^a \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} \right) dx = \int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx \quad (\text{ofwel} \quad \int_0^a \frac{1}{2}\sqrt{x} dx = \int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx) \quad 2$$

- Een primitieve van $\frac{1}{2}\sqrt{x}$ is $\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 1
- Invullen van de grenzen geeft $\frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ 1
- Dit geeft $a^{\frac{3}{2}} = 4$ 1
- Dus $a = \sqrt[3]{16}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- Wegens $f(x) = 2 \cdot g(x)$ zijn de begrensde vlakdelen links van $x = a$ even groot en rechts van $x = a$ ook, dus moeten de vier begrensde vlakdelen even groot zijn 1
- Er moet gelden: $\int_0^a \sqrt{x} dx = \frac{1}{2} \cdot \int_0^4 \sqrt{x} dx$ (of $\int_0^a \sqrt{x} dx = \int_a^4 \sqrt{x} dx$) 1
- Een primitieve van \sqrt{x} is $\frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}$ 1
- Invullen van de grenzen geeft $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{16}{3}$ (of $\frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{16}{3} - \frac{2}{3}a^{\frac{3}{2}}$) 1
- Dit geeft $a^{\frac{3}{2}} = 4$ 1
- Dus $a = \sqrt[3]{16}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

of

- De oppervlakte van het ene vlakdeel is $\int_0^a \left(\sqrt{x} - \frac{1}{2}\sqrt{x} \right) dx = \int_0^a \frac{1}{2}\sqrt{x} dx$ 1
- $\int_0^a \frac{1}{2}\sqrt{x} dx = \left[\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_0^a = \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ 1
- De oppervlakte van het andere vlakdeel is $\int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx$ 1
- $\int_a^4 \frac{1}{2}\sqrt{x} dx = \left[\frac{1}{3}x^{\frac{3}{2}} \right]_a^4 = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ 1
- $\frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}} = \frac{8}{3} - \frac{1}{3}a^{\frac{3}{2}}$ geeft $a^{\frac{3}{2}} = 4$ 1
- Dus $a = \sqrt[3]{16}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1