

## Tussen twee bewegende punten

Over de eenheidscirkel bewegen twee punten  $A$  en  $B$ . Beide punten bevinden zich op tijdstip  $t = 0$  in het punt  $(1, 0)$ . Ze bewegen met constante snelheid, waarbij de snelheid van  $A$  drie keer zo groot is als de snelheid van  $B$ .

De bewegingsvergelijkingen van  $A$  en  $B$  zijn respectievelijk:

$$\begin{cases} x_A(t) = \cos(3t) \\ y_A(t) = \sin(3t) \end{cases} \text{ en } \begin{cases} x_B(t) = \cos t \\ y_B(t) = \sin t \end{cases}$$

Voor  $t \neq k \cdot \pi$ , met  $k$  geheel, vallen de punten  $A$  en  $B$  niet samen en zijn ze de eindpunten van de koorde  $AB$ .

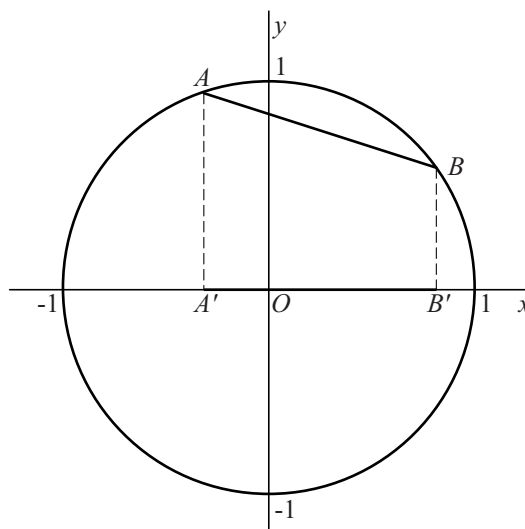
In de figuur is de situatie getekend voor  $t = \frac{1}{5}\pi$ .

figuur

Lijnstuk  $A'B'$  is de loodrechte projectie van koorde  $AB$  op de  $x$ -as.

De lengte van  $A'B'$  verandert voortdurend tijdens de beweging.

- 4p 13 Bereken de maximale lengte van  $A'B'$ . Rond je antwoord af op twee decimalen.



Tijdens de beweging verandert ook de richtingscoëfficiënt van koorde  $AB$ . Deze richtingscoëfficiënt noemen we  $a$ . Voor elk tijdstip  $t$ , waarbij  $t \neq k \cdot \frac{1}{2}\pi$  met  $k$  geheel, geldt:

$$a = -\frac{\cos(2t)}{\sin(2t)}$$

- 4p 14 Bewijs dit.

Lijn  $l$  is de lijn met vergelijking  $y = -x$ . Er zijn vier waarden van  $t$ , met  $0 < t < 2\pi$ , waarvoor koorde  $AB$  evenwijdig is met  $l$ .

- 5p 15 Bereken exact deze vier waarden.