

Boven en onder de lijn door de buigpunten

8 maximumscore 4

- $f_p''(x) = 12x^2 - 12p^2$ 1
- Primitiveren geeft $f_p'(x) = 4x^3 - 12p^2x + a$ (met a een constante) 2
- Nogmaals primitiveren geeft $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$ (met b een constante) (, dus is het gestelde juist) 1

Opmerking

Als met differentiëren is aangetoond dat $f_p''(x) = 12(x-p)(x+p)$ volgt uit $f_p(x) = x^4 - 6p^2x^2 + ax + b$ voor deze vraag maximaal scorepunten toekennen.

Toelichting

Het aantonen dat $12x^2 - 12p^2 = 12(x-p)(x+p)$ wordt op deze manier met 1 scorepunt beloond.

9 maximumscore 4

- $x^4 - 6x^2 - 8x + 5 = -8x$ geeft $x^4 - 6x^2 + 5 = 0$ 1
- Dus $(x^2 - 1)(x^2 - 5) = 0$ 1
- Hieruit volgt $x^2 = 1$ of $x^2 = 5$ 1
- ($x^2 = 1$ geeft de x -coördinaten van de buigpunten, dus) de x -coördinaten van de twee gevraagde snijpunten zijn $x = -\sqrt{5}$ en $x = \sqrt{5}$ 1

10 maximumscore 4

- De oppervlakte van V_2 is gelijk aan $\int_{-1}^1 ((x^4 - 6x^2 - 8x + 5) - (-8x)) dx$,
dus aan $\int_{-1}^1 (x^4 - 6x^2 + 5) dx$ 1
 - Een primitieve van $x^4 - 6x^2 + 5$ is $\frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x$ 1
 - $\left[\frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x\right]_{-1}^1 = 6\frac{2}{5}$ 1
 - $6\frac{2}{5} = 3\frac{1}{5} + 3\frac{1}{5}$ (dus de gezamenlijke oppervlakte van V_1 en V_3 is gelijk aan de oppervlakte van V_2) 1
- of
- Omdat zowel V_1 als V_3 onder de lijn met vergelijking $y = -8x$ ligt en V_2 erboven, is de bewering juist indien geldt:
 $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} ((x^4 - 6x^2 - 8x + 5) - (-8x)) dx = 0$, dus $\int_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} (x^4 - 6x^2 + 5) dx = 0$ 2
 - Een primitieve van $x^4 - 6x^2 + 5$ is $\frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x$ 1
 - $\left[\frac{1}{5}x^5 - 2x^3 + 5x\right]_{-\sqrt{5}}^{\sqrt{5}} = 0$ (dus de gezamenlijke oppervlakte van V_1 en V_3 is gelijk aan de oppervlakte van V_2) 1