

Vierkant op een driehoek

11 maximumscore 4

$$\bullet \quad \overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AP} + \overrightarrow{AR}) \quad 1$$

$$\bullet \quad \overrightarrow{AP} = \overrightarrow{OP} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 2 \sin t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \cos t - 2 \\ 2 \sin t \end{pmatrix} \quad 1$$

$$\bullet \quad \overrightarrow{AR} \text{ is het beeld van } \overrightarrow{AP} \text{ bij een rotatie over } -90^\circ, \text{ dus}$$

$$\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ 2 - 2 \cos t \end{pmatrix} \quad 1$$

$$\bullet \quad \text{Dus } \overrightarrow{OS} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} 2 \cos t - 2 \\ 2 \sin t \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ 2 - 2 \cos t \end{pmatrix} \right) = \begin{pmatrix} 1 + \cos t + \sin t \\ 1 - \cos t + \sin t \end{pmatrix} \quad 1$$

of

$$\bullet \quad \overrightarrow{OS} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OP}) + \frac{1}{2} \overrightarrow{AR} \quad 2$$

$$\bullet \quad \overrightarrow{AR} \text{ is het beeld van } \overrightarrow{AP} \text{ bij een rotatie over } -90^\circ, \text{ dus}$$

$$\overrightarrow{AR} = \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ 2 - 2 \cos t \end{pmatrix} \quad 1$$

$$\bullet \quad \text{Dus } \overrightarrow{OS} = \frac{1}{2} \left(\begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2 \cos t \\ 2 \sin t \end{pmatrix} \right) + \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 2 \sin t \\ 2 - 2 \cos t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \cos t + \sin t \\ 1 - \cos t + \sin t \end{pmatrix} \quad 1$$

12 maximumscore 4

$$\bullet \quad \overrightarrow{MS} = \overrightarrow{OS} - \overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} 1 + \cos t + \sin t \\ 1 - \cos t + \sin t \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos t + \sin t \\ -\cos t + \sin t \end{pmatrix} \quad 1$$

$$\bullet \quad |\overrightarrow{MS}| = \sqrt{(\cos t + \sin t)^2 + (-\cos t + \sin t)^2} \quad 1$$

$$\bullet \quad \text{Herleiden tot } |\overrightarrow{MS}| = \sqrt{2(\cos^2 t + \sin^2 t)} \quad 1$$

$$\bullet \quad \text{Dus } |\overrightarrow{MS}| = \sqrt{2} \text{ (dus de afstand van } S \text{ tot } M \text{ is constant)} \quad 1$$

of

$$\bullet \quad S \text{ moet dan liggen op een cirkel met middelpunt } M(1,1) \text{ en straal } r;$$

deze heeft vergelijking $(x-1)^2 + (y-1)^2 = r^2$ 1

$$\bullet \quad \text{Substitutie van de coördinaten van punt } S \text{ geeft}$$

$$(x-1)^2 + (y-1)^2 = (\cos t + \sin t)^2 + (-\cos t + \sin t)^2 \quad 1$$

$$\bullet \quad \text{Herleiden tot } (x-1)^2 + (y-1)^2 = 2 \quad 1$$

$$\bullet \quad \text{Dus } S \text{ ligt op een cirkel met middelpunt } M(1,1) \text{ en straal } \sqrt{2} \text{ (en dus is de afstand van } S \text{ tot } M \text{ constant)} \quad 1$$