

Drie halve cirkels

12 maximumscore 3

- Uit de gelijkvormigheid van driehoek ACE en driehoek CBF volgt $BF = 3x$ 1
 - Dus $CF = \sqrt{3^2 - (3x)^2} = 3\sqrt{1-x^2}$ (;Pythagoras) 1
 - De oppervlakte van $CFDE$ is dus $x \cdot 3\sqrt{1-x^2} = 3\sqrt{x^2-x^4}$ 1
- of
- Uit de gelijkvormigheid van driehoek ACE en driehoek CBF volgt $CF = 3 \cdot AE$ 1
 - Dus $CF = 3\sqrt{1-x^2}$ (;Pythagoras) 1
 - De oppervlakte van $CFDE$ is dus $x \cdot 3\sqrt{1-x^2} = 3\sqrt{x^2-x^4}$ 1

13 maximumscore 5

- $3\sqrt{x^2-x^4} = \sqrt{2}$ geeft $9x^4 - 9x^2 + 2 = 0$ 2
- $(3x^2-1)(3x^2-2) = 0$ (of de abc-formule gebruiken of kwadraat afsplitsen) 1
- Dit geeft $x^2 = \frac{1}{3}$ of $x^2 = \frac{2}{3}$ 1
- Dus de lengte van CE is $\sqrt{\frac{2}{3}}$ ($= \frac{1}{3}\sqrt{6}$) (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

lees verder ►►►

| Vraag | Antwoord | Scores |
|-------|----------|--------|
|-------|----------|--------|

14 maximumscore 7

- De afgeleide van $3\sqrt{x^2 - x^4}$ is $3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3)$ 2
- De afgeleide is 0 als $2x - 4x^3 = 0$ (en $x^2 - x^4 \neq 0$) 1
- Dit geeft $x^2 = \frac{1}{2}$, dus als de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is, is de lengte van CE $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- De oppervlakte van rechthoek $CFDE$ is dan $3\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$ 1
- De lengte van DE is dan $\frac{\frac{3}{2}}{\sqrt{\frac{1}{2}}} = 3\sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking), dus $CFDE$ is geen vierkant 1

of

- De afgeleide van $3\sqrt{x^2 - x^4}$ is $3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3)$ 2
- De afgeleide is 0 als $2x - 4x^3 = 0$ (en $x^2 - x^4 \neq 0$) 1
- Dit geeft $x^2 = \frac{1}{2}$, dus als de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is, is de lengte van CE $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Als $CFDE$ bij maximale oppervlakte een vierkant is, is deze oppervlakte $\left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2 = \frac{1}{2}$ 1
- Invullen van $x^2 = \frac{1}{2}$ in de formule voor de oppervlakte van de rechthoek $CFDE$ geeft als uitkomst $3\sqrt{\frac{1}{2} - \frac{1}{4}} = \frac{3}{2}$, dus $CFDE$ is geen vierkant 1

of

- $3\sqrt{x^2 - x^4}$ is maximaal als $x^2 - x^4$ maximaal is 2
- De afgeleide van $x^2 - x^4$ is $2x - 4x^3$ 1
- $2x - 4x^3 = 0$ geeft $x^2 = \frac{1}{2}$, dus als de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is, is de lengte van CE $\sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 2
- Dan geldt $CF = 3 \cdot AE = 3\sqrt{1 - \left(\sqrt{\frac{1}{2}}\right)^2} = 3\sqrt{\frac{1}{2}}$, dus $CFDE$ is geen vierkant 2

of

- De rechthoek is een vierkant als $3\sqrt{1 - x^2} = x$ 1
- Dit geeft $9(1 - x^2) = x^2$, dus $x^2 = \frac{9}{10}$, dus $x = \sqrt{\frac{9}{10}}$ 2
- De afgeleide van $3\sqrt{x^2 - x^4}$ is $3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{x^2 - x^4}} \cdot (2x - 4x^3)$ 2
- De afgeleide waarde voor $x = \sqrt{\frac{9}{10}}$ is $3 \cdot \frac{1}{2\sqrt{\frac{9}{10} - \frac{81}{100}}} \cdot \left(2\sqrt{\frac{9}{10}} - 4 \cdot \frac{9}{10} \cdot \sqrt{\frac{9}{10}}\right)$ 1
- Dit is niet gelijk aan 0, dus als de oppervlakte van $CFDE$ maximaal is, is $CFDE$ geen vierkant 1