Onafhankelijk van *a*

1 maximumscore 3

- $F_a'(x) = 1 \cdot \mathrm{e}^{-ax} + x \cdot \mathrm{e}^{-ax} \cdot -a$ 2
- Dit geeft $F_a'(x) = (1-ax) \cdot \mathrm{e}^{-ax}$ (en dit is gelijk aan $f_a(x)$, dus F_a is een primitieve functie van f_a) 1

2 maximumscore 5

- De oppervlakte van driehoek OAB is $\frac{1}{2a}$ 1
- De oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_a, de x-as en de y-as is $\int_0^{\frac{1}{a}} (1-ax) \cdot \mathrm{e}^{-ax} \mathrm{d}x = \left[x \cdot \mathrm{e}^{-ax} \right]_0^{\frac{1}{a}}$ (of: $F_a(\frac{1}{a}) - F_a(0)$) 1
- Deze oppervlakte is dus $\frac{1}{\mathrm{e}a}$ 1
- De oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_a en het lijnstuk AB is dus $\frac{1}{2a} - \frac{1}{\mathrm{e}a}$ 1
- De verhouding is $(\frac{1}{2a} - \frac{1}{\mathrm{e}a}) : \frac{1}{\mathrm{e}a} = (\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}) : \frac{1}{\mathrm{e}}$, dus onafhankelijk van a 1

of

- De grafiek van f_a en het bijbehorende lijnstuk AB ontstaan uit de grafiek van f_1 en het daarbij behorende lijnstuk AB door vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met factor $\frac{1}{a}$ 2
- Hierbij worden zowel de oppervlakte van de driehoek als de oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_1, de x-as en de y-as vermenigvuldigd met $\frac{1}{a}$ 2
- De verhouding van deze oppervlakten is dus onafhankelijk van a en daarmee ook de gevraagde verhouding 1

of

- De oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_a, de x-as en de y-as is $\int_0^{\frac{1}{a}} (1-ax) \cdot \mathrm{e}^{-ax} \mathrm{d}x = \left[x \cdot \mathrm{e}^{-ax} \right]_0^{\frac{1}{a}}$ (of: $F_a(\frac{1}{a}) - F_a(0)$) 1
- Deze oppervlakte is dus $\frac{1}{\mathrm{e}a}$ 1
- De oppervlakte van driehoek OAB is $\frac{1}{2a}$ 1
- De verhouding van deze oppervlakten is onafhankelijk van a 1
- Dus is ook de gevraagde verhouding onafhankelijk van a 1