

Drie halve cirkels

Gegeven is een halve cirkel met middellijn AB en straal 4. Het middelpunt van deze cirkel is M .

Op lijnstuk AB ligt het punt C zo dat $AC = 2$.

AC en CB zijn de middellijnen van twee andere halve cirkels met stralen 1 en 3.

De middelpunten van deze twee halve cirkels zijn respectievelijk K en L .

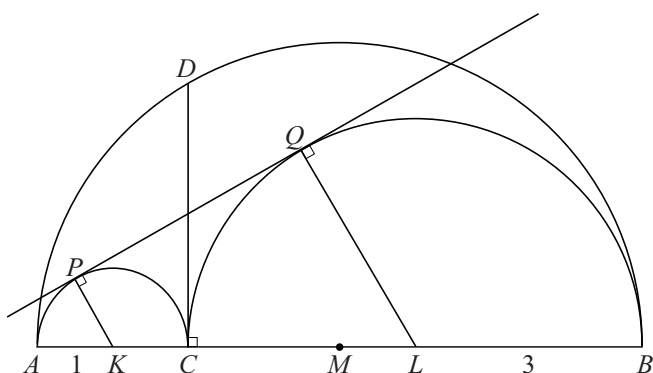
Alle halve cirkels liggen aan dezelfde kant van AB .

De lijn door C loodrecht op AB snijdt de grootste halve cirkel in punt D .

Lijn PQ is de gemeenschappelijke raaklijn aan de twee binnenste halve cirkels, waarbij P en Q de raakpunten zijn. PQ staat dus loodrecht op KP en op LQ .

Zie figuur 1.

figuur 1

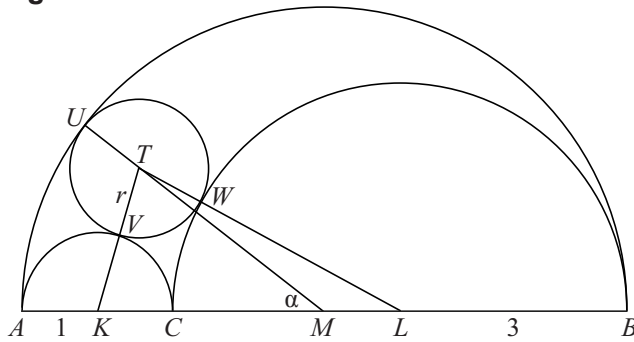


- 5p **10** Toon aan dat CD en PQ exact even lang zijn. Je kunt hierbij gebruik maken van de figuren op de uitwerkbijlage.

lees verder ►►►

Tussen de drie halve cirkels past precies één cirkel die raakt aan elk van de drie gegeven halve cirkels. Deze cirkel heeft middelpunt T en straal r . De raakpunten van deze cirkel met de drie halve cirkels zijn U , V en W . Zie figuur 2. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur 2



$\angle TMK$ noemen we α .

Gebruik van de cosinusregel in driehoek MKT geeft $\cos \alpha = \frac{12-5r}{12-3r}$.

- 5p **11** Toon aan dat inderdaad geldt: $\cos \alpha = \frac{12-5r}{12-3r}$.

Gebruik van de cosinusregel in driehoek MLT geeft bovendien $\cos \alpha = \frac{7r-4}{4-r}$.

Met behulp van de twee hierboven gegeven uitdrukkingen voor $\cos \alpha$ kan de waarde van r berekend worden.

- 4p **12** Bereken exact de waarde van r .