Lijn en cirkel

6 maximumscore 6

- Een vergelijking van de lijn k door P en S (met x-coördinaat s) is $4x + s \cdot y - 4s = 0$ (of $\frac{x}{s} + \frac{y}{4} = 1$) 1
- Dit geeft $\frac{|4 \cdot 2 + s \cdot 0 - 4s|}{\sqrt{16 + s^2}} = 2$ 1
- Dit herleiden tot $|8 - 4s| = 2\sqrt{16 + s^2}$ 1
- Dit geeft $(8 - 4s)^2 = 4(16 + s^2)$ 1
- Dit herleiden tot $3s^2 - 16s = 0$ 1
- Hieruit volgt (omdat $s > 0$) $s = 5\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $5\frac{1}{3}$) 1

of

- $PS = \sqrt{s^2 + 16}$ (met s de x-coördinaat van S) 1
- $\frac{MQ}{MS} = \frac{PO}{PS}$ (omdat driehoek MQS gelijkvormig is met driehoek POS) 1
- Dit geeft $\frac{2}{s - 2} = \frac{4}{\sqrt{s^2 + 16}}$ 1
- Dit herleiden tot $4(s^2 + 16) = 16(s^2 - 4s + 4)$ 1
- Dit herleiden tot $3s^2 - 16s = 0$ 1
- Hieruit volgt (omdat $s > 0$) $s = 5\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $5\frac{1}{3}$) 1

of

- $QS = \sqrt{(s-2)^2 - 2^2} = \sqrt{s^2 - 4s}$ (met s de x-coördinaat van S) 1
- $\frac{MQ}{QS} = \frac{PO}{OS}$ (omdat driehoek MQS gelijkvormig is met driehoek POS) 1
- Dit geeft $\frac{2}{\sqrt{s^2 - 4s}} = \frac{4}{s}$ 1
- Dit herleiden tot $4s^2 = 16(s^2 - 4s)$ 1
- Dit herleiden tot $3s^2 - 16s = 0$ 1
- Hieruit volgt (omdat $s > 0$) $s = 5\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $5\frac{1}{3}$) 1

Aanvulling op het correctievoorschrift:
Bij vraag 6 moeten altijd alle punten worden toegekend, ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord

lees verder ►►►

7 maximumscore 8

- Een vergelijking van de gegeven cirkel is $(x-2)^2 + y^2 = 4$ — 1
- De coördinaten van $A\,(a,\ pa)$ invullen in deze vergelijking geeft $(a-2)^2 + (pa)^2 = 4$ — 1
- Omdat $OA = 3$ geldt $a^2 + (pa)^2 = 9$ — 1
- Beschrijven hoe op algebraïsche wijze met behulp van bovengenoemde vergelijkingen de waarde van a gevonden kan worden — 2
- $a = \frac{9}{4}$ — 1
- Invullen in $a^2 + (pa)^2 = 9$ geeft $p^2 = \frac{7}{9}$ — 1
- Hieruit volgt (omdat $p > 0$) $p = \frac{1}{3}\sqrt{7}$ (of een gelijkwaardige vorm) — 1

of

- Een vergelijking van de gegeven cirkel is $(x-2)^2 + y^2 = 4$ — 1
- Punt A is een snijpunt van de gegeven cirkel en de cirkel met middelpunt O en straal 3, die als vergelijking heeft $x^2 + y^2 = 9$ — 1
- Beschrijven hoe op algebraïsche wijze met behulp van bovengenoemde vergelijkingen de x-coördinaat van A gevonden kan worden — 1
- De x-coördinaat van A is $\frac{9}{4}$ — 1
- De y-coördinaat van A is dus $\frac{9}{4}p$ (omdat A op de lijn $y = px$ ligt) — 1
- Dit geeft: $(\frac{9}{4})^2 + (\frac{9}{4}p)^2 = 9$ — 1
- Dit herleiden tot $p^2 = \frac{7}{9}$ — 1
- Hieruit volgt (omdat $p > 0$) $p = \frac{1}{3}\sqrt{7}$ (of een gelijkwaardige vorm) — 1

of

- Het inzicht dat $p = \tan\alpha$ met $\angle MOA = \alpha$ — 2
- Toepassen van de cosinusregel in driehoek MOA geeft $2^2 = 2^2 + 3^2 - 2\cdot 2\cdot 3\cdot\cos\alpha$ — 1
- Hieruit volgt $\cos\alpha = \frac{3}{4}$ — 2
- Een aanpak waarbij α een hoek is in een rechthoekige driehoek met schuine zijde 4 en rechthoekszijden 3 en $\sqrt{7}$ — 2
- Hieruit volgt $\tan\alpha = \frac{1}{3}\sqrt{7}$ (en dus $p = \frac{1}{3}\sqrt{7}$) (of een gelijkwaardige vorm) — 1