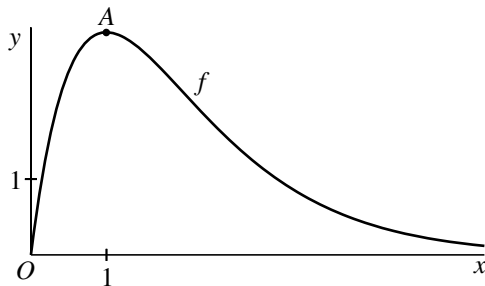


## Een exponentiële functie

In figuur 1 is voor  $x \geq 0$  de grafiek getekend van de functie  $f$  die gegeven is door

$$f(x) = \frac{8x}{e^x}.$$

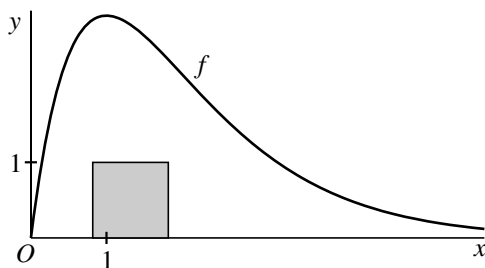
**figuur 1**



Deze grafiek heeft één top, die we  $A$  noemen.

- 4p **6** Bereken exact de  $x$ -coördinaat van  $A$ .

**figuur 2**



Zoals je in figuur 2 ziet, past een vierkant met zijde 1 waarvan één zijde op de  $x$ -as ligt, ruimschoots in het gebied tussen de grafiek van  $f$  en de  $x$ -as.

- 4p **7** Onderzoek met een berekening of een vierkant met zijde 2 waarvan één zijde op de  $x$ -as ligt, ook nog in dit gebied past.

lees verder ►►►

We bekijken nu voor positieve waarden van  $n$  met  $n \neq 1$  de functie  $g_n$  die is

$$\text{gegeven door } g_n(x) = \frac{8nx}{e^{nx}}.$$

De grafieken van  $g_n$  snijden de grafiek van  $f$  in het punt  $(0, 0)$ . Ook is er voor elke positieve waarde van  $n$  met  $n \neq 1$  nog een ander snijpunt.

In tabel 1 staat voor enkele waarden van  $n$  de  $x$ -coördinaat van dit andere snijpunt.

**tabel 1**

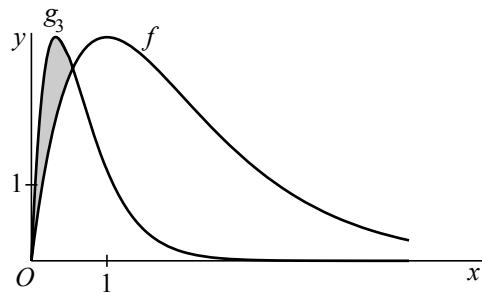
$n$	2	3	4	5
$x_{\text{snijpunt}}$	$\ln 2$	$\frac{1}{2} \ln 3$	$\frac{1}{3} \ln 4$	$\frac{1}{4} \ln 5$

Voor de vier waarden van  $n$  uit de tabel geldt:  $x_{\text{snijpunt}} = \frac{1}{n-1} \ln n$ .

Hieruit ontstaat het vermoeden dat deze formule voor  $x_{\text{snijpunt}}$  klopt voor elke positieve waarde van  $n$  met  $n \neq 1$ .

5p **8** Toon aan dat dit vermoeden juist is.

**figuur 3**



In figuur 3 zijn de grafieken getekend van  $f$  en de functie  $g_3$ , gegeven door

$$g_3(x) = \frac{24x}{e^{3x}}.$$

De grafieken van  $f$  en  $g_3$  sluiten een vlakdeel in. Dit vlakdeel is in

figuur 3 grijs gemaakt.

4p **9** Bereken de oppervlakte van dit vlakdeel.