

Een exponentiële functie

6 maximumscore 4

- Voor de x -coördinaat van A geldt $f'(x) = 0$ 1
- $f'(x) = \frac{8 \cdot e^x - 8x \cdot e^x}{(e^x)^2}$ 2
- Oplossen van $f'(x) = 0$ geeft $x = 1$ (dus de x -coördinaat van A is 1) 1

7 maximumscore 4

- Onderzocht moet worden hoe ver de snijpunten van de lijn $y = 2$ met de grafiek van f uit elkaar liggen 1
- Beschrijven hoe de oplossingen van de vergelijking $f(x) = 2$ berekend kunnen worden 1
- De oplossingen zijn $x \approx 0,4$ en $x \approx 2,2$ 1
- Het verschil tussen deze twee waarden van x is kleiner dan 2, dus het past niet 1

of

- $f(a) = f(a+2)$ geeft $\frac{8a}{e^a} = \frac{8(a+2)}{e^{a+2}}$ 1
- Beschrijven hoe de oplossing van deze vergelijking berekend kan worden 1
- $a \approx 0,313$ 1
- $f(0,313) \approx 1,8 < 2$, dus het past niet 1

lees verder ►►►

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

8 maximumscore 5

- $f(x) = g_n(x)$ geeft $\frac{8x}{e^x} = \frac{8nx}{e^{nx}}$ 1
- Dit geeft $8x \cdot e^{nx} = 8nx \cdot e^x$ 1
- Dus $e^{(n-1)x} = n$ (of $x = 0$) 2
- Dit geeft (voor $n > 0$) $(n-1)x = \ln n$, dus (voor $n > 0$ en $n \neq 1$)
 $x = \frac{1}{n-1} \ln n$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) 1

of

- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $g_n\left(\frac{1}{n-1} \ln n\right) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\frac{n}{n-1} \ln n}}$ 1
- (Voor $n > 0$ en $n \neq 1$ geldt) $f\left(\frac{1}{n-1} \ln n\right) = \frac{8 \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\frac{1}{n-1} \ln n}}$ 1
- Hieruit volgt $f\left(\frac{1}{n-1} \ln n\right) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{n \cdot e^{\frac{1}{n-1} \ln n}}$ 1
- Dit geeft $f\left(\frac{1}{n-1} \ln n\right) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\ln n} \cdot e^{\frac{1}{n-1} \ln n}} = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\ln n + \frac{1}{n-1} \ln n}}$ 1
- Dus $f\left(\frac{1}{n-1} \ln n\right) = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{(1+\frac{1}{n-1}) \ln n}} = \frac{8n \cdot \frac{1}{n-1} \ln n}{e^{\frac{n}{n-1} \ln n}}$ (dus de formule klopt voor elke positieve waarde van n met $n \neq 1$) 1

9 maximumscore 4

- De rechtergrens van het gebied is gelijk aan $x_{\text{snijpunt}} = \frac{1}{2} \ln 3$ (of 0,549) 1
- De gevraagde oppervlakte is $\int_0^{\frac{1}{2} \ln 3} (g_3(x) - f(x)) dx = \int_0^{\frac{1}{2} \ln 3} \left(\frac{24x}{e^{3x}} - \frac{8x}{e^x} \right) dx$ 1
- Beschrijven hoe deze integraal berekend kan worden 1
- Het antwoord: (ongeveer) 0,46 1