

## Prille groei

---

Gemiddeld duurt een zwangerschap bij de mens 38 weken. Een ongeboren kind van 8 weken of ouder wordt een **foetus** genoemd. In tabel 1 staat het (gemiddelde) lichaamsgewicht  $G$  in gram van een foetus bij een leeftijd van  $t$  weken.

**tabel 1**

Leeftijd $t$ in weken	Lichaamsgewicht $G$ in gram
8	4,7
10	21
15	160
20	480
25	990
30	1700
35	2700
38	3500

In deze opgave willen we onderzoeken welk model er bij tabel 1 zou kunnen passen.

Het eerste model dat we bekijken is dat van exponentiële groei:

$$G = b \cdot a^t \text{ met } a \text{ en } b \text{ constanten.}$$

Veronderstel dat de groei tussen week 8 en week 10 inderdaad exponentieel verloopt.

- 3p **18** Bereken met hoeveel procent **per week** het gewicht van de foetus dan toeneemt in die periode.

Exponentiële groei is echter geen goed model voor de groei van de foetus in de **gehele** periode van 8 tot 38 weken. Dit kun je afleiden uit de tabel. Laat dat met een berekening zien.

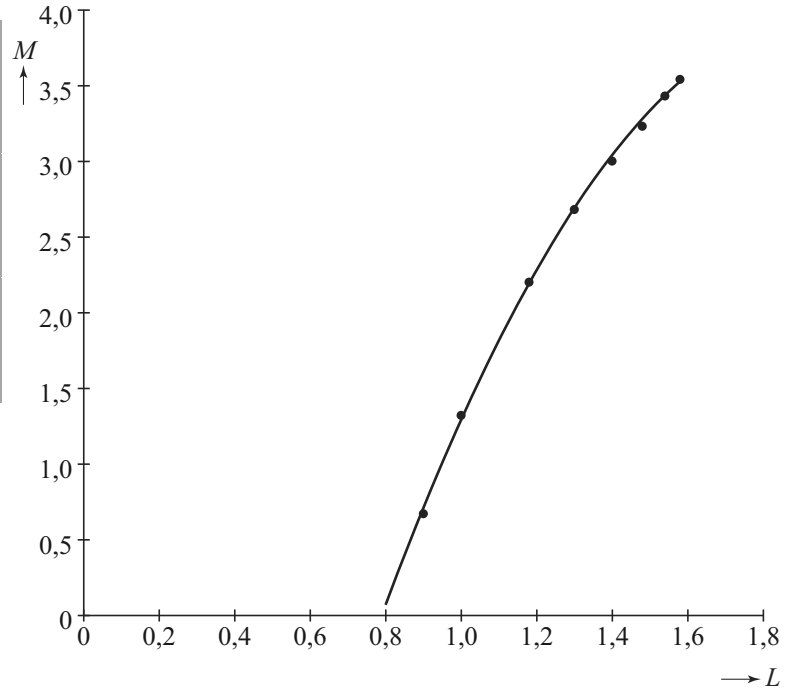
lees verder ►►►

Om een beter model voor de groei van de foetus te maken, berekenen we de logaritmes van de getallen in tabel 1. We bekijken dus de waarden van  $M = \log(G)$  ten opzichte van  $L = \log(t)$ . Zie tabel 2 en de bijbehorende punten in figuur 1.

**tabel 2**

$L = \log(t)$	$M = \log(G)$
0,90	0,67
1,00	1,32
1,18	2,20
1,30	2,68
1,40	3,00
1,48	3,23
1,54	3,43
1,58	3,54

**figuur 1**



De punten in figuur 1 liggen bij benadering op een bergparabool. Deze parabool is in figuur 1 getekend. Bij deze parabool hoort de volgende formule:

$$M = -7,131 + 11,305 \cdot L - 2,892 \cdot L^2$$

Het gewicht van een foetus van 30 weken kan met deze formule worden berekend: bij  $t = 30$  hoort  $L = \log(30) \approx 1,48$ . Met de formule kun je de waarde van  $M$  en daarna de bijbehorende waarde van  $G$  berekenen. Die waarde wijkt af van de waarde volgens tabel 1.

3p **20** Bereken hoeveel deze afwijking bedraagt.

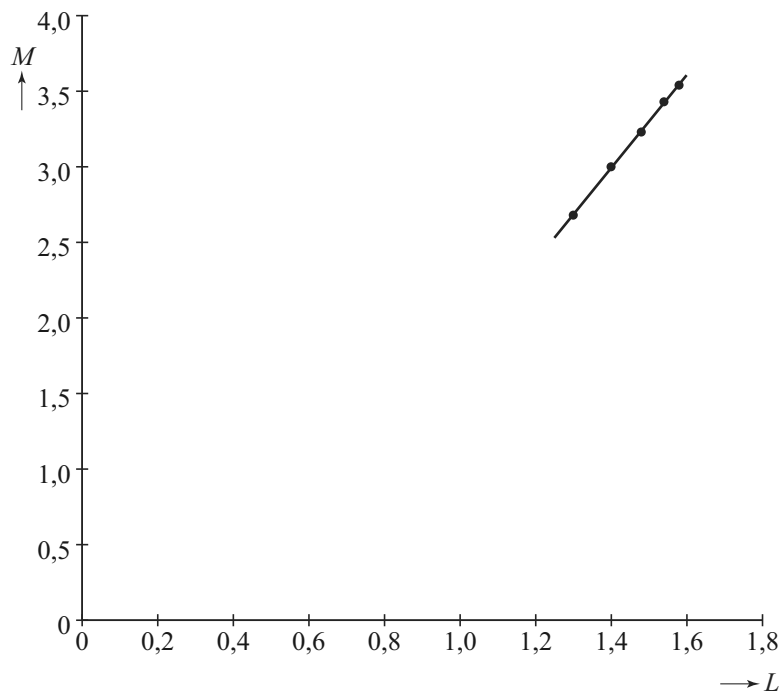
Als de parabool van figuur 1 de groei goed beschrijft, dan zou de grafiek moeten stijgen gedurende de hele zwangerschap.

4p **21** Bereken met behulp van de afgeleide functie  $M'$  de waarde van  $t$  waar de grafiek van  $M$  weer gaat dalen en leg uit dat dit voor het model geen bezwaar is.

lees verder ►►►

Voor een foetus van 20 weken en ouder blijkt een rechte lijn nog beter bij de punten in figuur 1 te passen dan de parabool van zojuist. Deze lijn is in figuur 2 getekend.

**figuur 2**



De vergelijking van deze lijn is:

$$M = -1,314 + 3,075 \cdot L$$

Omdat geldt  $M = \log(G)$  en  $L = \log(t)$  is deze vergelijking te schrijven als

$$\log(G) = -1,314 + 3,075 \cdot \log(t) \quad (\text{formule 1})$$

Deze formule 1 is te herschrijven tot formule 2:

$$G = 0,0485 \cdot t^{3,075} \quad (\text{formule 2})$$

- 4p **22** Laat zien hoe je formule 1 kunt herleiden tot formule 2 of hoe je formule 2 kunt herleiden tot formule 1.