Prille groei

Gemiddeld duurt een zwangerschap bij de mens 38 weken. Een ongeboren kind van 8 weken of ouder wordt een **foetus** genoemd.
In tabel 1 staat het (gemiddelde) lichaamsgewicht G in gram van een foetus bij een leeftijd van t weken.

tabel 1

Leeftijd t in weken	**Lichaamsgewicht G in gram**
8	4,7
10	21
15	160
20	480
25	990
30	1700
35	2700
38	3500

In deze opgave willen we onderzoeken welk model er bij tabel 1 zou kunnen passen.
Het eerste model dat we bekijken is dat van exponentiële groei:

$G = b \cdot a^t$ met a en b constanten.

Veronderstel dat de groei tussen week 8 en week 10 inderdaad exponentieel verloopt.

3p **9** Bereken met hoeveel procent **per week** het gewicht van de foetus dan toeneemt in die periode.

Exponentiële groei is echter geen goed model voor de groei van de foetus in de **gehele** periode van 8 tot 38 weken.

3p **10** Laat dat met een berekening zien.

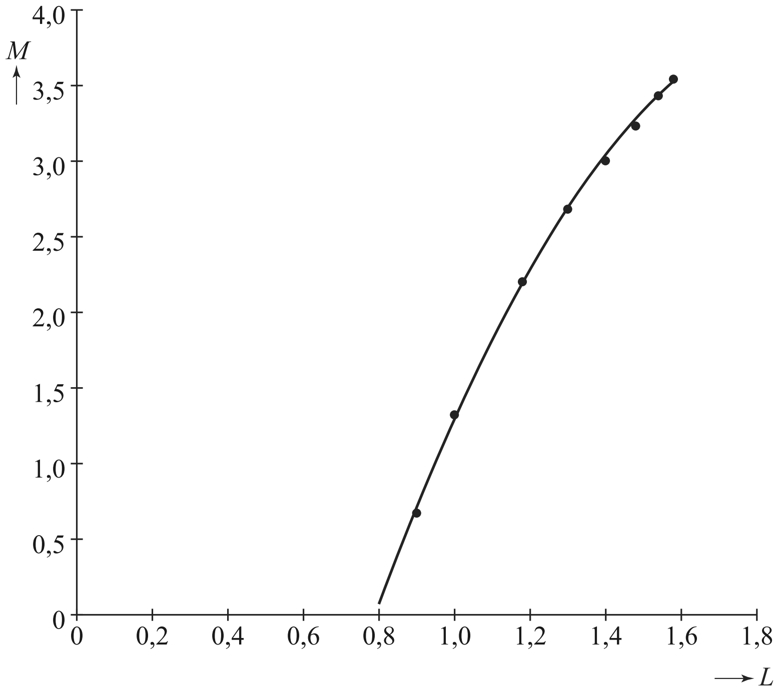
lees verder ►►►

Om een beter model voor de groei van de foetus te maken, berekenen we de logaritmes van de getallen in tabel 1.
We bekijken dus de waarden van $M = \log(G)$ ten opzichte van $L = \log(t)$.
Zie tabel 2 en de bijbehorende punten in figuur 1.

tabel 2

$L = \log(t)$	$M = \log(G)$
0,90	0,67
1,00	1,32
1,18	2,20
1,30	2,68
1,40	3,00
1,48	3,23
1,54	3,43
1,58	3,54

figuur 1



De punten in figuur 1 liggen bij benadering op een bergparabool. Deze parabool is in figuur 1 getekend. Bij deze parabool hoort de volgende formule:

$$M = -7,131 + 11,305 \cdot L - 2,892 \cdot L^2$$

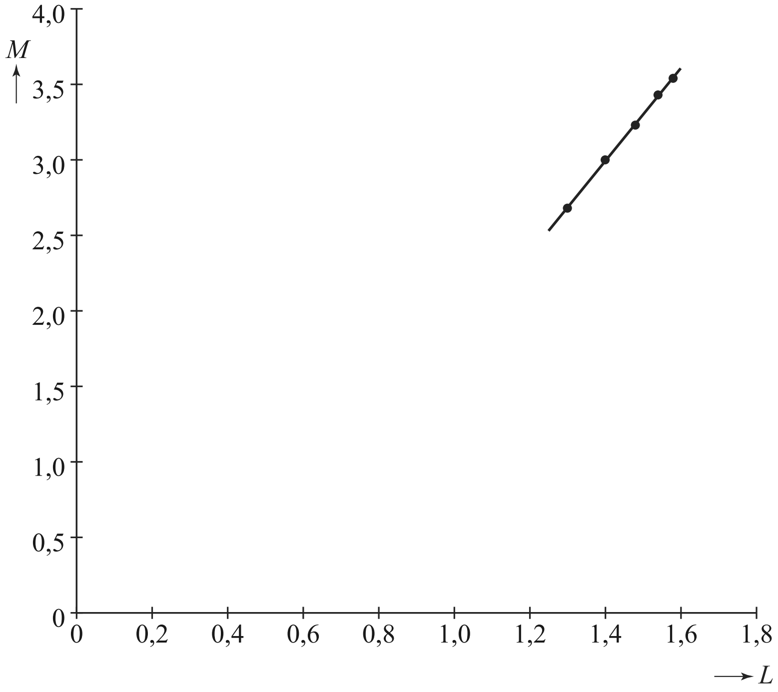
Als de parabool van figuur 1 de groei goed beschrijft, dan zou de grafiek moeten stijgen gedurende de hele zwangerschap.

4p **11** Bereken met behulp van de afgeleide functie M' de waarde van t waar de grafiek van M weer gaat dalen en leg uit dat dit voor het model geen bezwaar is.

lees verder ►►►

Voor een foetus van 20 weken en ouder blijkt een rechte lijn nog beter bij de punten in figuur 1 te passen dan de parabool van zojuist. Deze lijn is in figuur 2 getekend.

figuur 2



De vergelijking van deze lijn is:

$$M = -1{,}314 + 3{,}075 \cdot L$$

Omdat geldt $M = \log(G)$ en $L = \log(t)$ is deze vergelijking te schrijven als

$$\log(G) = -1{,}314 + 3{,}075 \cdot \log(t) \quad \text{(formule 1)}$$

Deze formule 1 is te herschrijven tot formule 2:

$$G = 0{,}0485 \cdot t^{3{,}075} \qquad \text{(formule 2)}$$

4p **12** Laat zien hoe je formule 1 kunt herleiden tot formule 2 of hoe je formule 2 kunt herleiden tot formule 1.