Beleggen in aandelen

De waarde van aandelen kan sterk schommelen. Zo kan een aandeel op dit moment 23,30 euro waard zijn en over een maand gezakt zijn tot 21,10 euro, dat is een daling met ongeveer 9,44%. We zeggen dat het **eenmaandsrendement** over die maand gelijk is aan –9,44%.

Aan het begin van 2005 was een aandeel van de firma LUXA 22,25 euro waard. Een jaar later was de waarde gestegen tot 29,71 euro. Veronderstel dat in 2005 het eenmaandsrendement van dit aandeel elke maand even groot was.

4p **5** Laat met een berekening zien dat het eenmaandsrendement dan ongeveer 2,44% zou zijn geweest.

In de financiële wiskunde berekent men het gemiddelde rendement door gewoon het (rekenkundige) gemiddelde te berekenen.
In de praktijk kunnen de eenmaandsrendementen van een aandeel veel van elkaar verschillen. De waarden van rendementen schommelen rond het gemiddelde. De standaardafwijking speelt ook een grote rol: een hoge waarde van de standaardafwijking betekent dat met dat aandeel grote verliezen of winsten gemaakt worden.

In tabel 1 zie je de eenmaandsrendementen van het aandeel LUXA over 2005, steeds afgerond op twee decimalen.

tabel 1

maand	**jan**	**feb**	**mrt**	**apr**	**mei**	**jun**
eenmaandsrendement in procenten	–0,76	5,30	0,22	–9,44	7,49	3,04
maand	**jul**	**aug**	**sep**	**okt**	**nov**	**dec**
eenmaandsrendement in procenten	6,89	–5,76	5,28	–2,95	14,43	7,96

3p **6** Bereken van de rendementen uit tabel 1 het gemiddelde en de standaardafwijking. Rond je antwoorden af op twee decimalen.

Men gebruikt de waarden van een aandeel uit het verleden om een idee te krijgen van het verwachte eenmaandsrendement in de toekomst. Daarover gaat de rest van deze opgave.

We gaan uit van twee aandelen A en B met de volgende gemiddelde eenmaandsrendementen.

lees verder ►►►

tabel 2

aandeel	**A**	**B**
gemiddelde eenmaandsrendement in procenten	$\mu_A = 1,6$	$\mu_B = 1,1$

Iemand stelt een beleggingsportefeuille samen van 2000 euro. Hij belegt dat bedrag als volgt: 820 euro in aandeel A en 1180 euro in aandeel B.

3p 7 Bereken het verwachte eenmaandsrendement (in procenten) voor deze portefeuille. Rond je antwoord af op twee decimalen.

Door het bedrag van 2000 euro anders te verdelen tussen de beide aandelen A en B krijg je een ander verwacht eenmaandsrendement van de portefeuille. Onze belegger wil zijn portefeuille zo samenstellen dat de standaardafwijking van het verwachte eenmaandsrendement van de portefeuille zo klein mogelijk is.
Om dat te kunnen onderzoeken moeten we ook weten wat de standaardafwijking is van de gemiddelde eenmaandsrendementen van elk van beide aandelen. Die staan in tabel 3, samen met de gemiddelde eenmaandsrendementen, vermeld.

tabel 3

aandeel	**A**	**B**
gemiddelde eenmaandsrendement in procenten	$\mu_A = 1,6$	$\mu_B = 1,1$
standaardafwijking van het gemiddelde eenmaandsrendement in procenten	$\sigma_A = 4,1$	$\sigma_B = 5,8$

Verder nemen we aan dat de eenmaandsrendementen van beide aandelen onafhankelijk zijn.

Onze belegger wil van zijn geld een deel α (met $0 \le \alpha \le 1$) investeren in aandeel A en de rest, dus $1-\alpha$, in aandeel B. In dat geval geldt voor het verwachte eenmaandsrendement μ_{A+B} van zijn portefeuille de volgende formule:

$$\mu_{A+B} = \alpha \cdot \mu_A + (1-\alpha) \cdot \mu_B$$

Met de gegevens uit tabel 3 is deze formule te herleiden tot:

$$\mu_{A+B} = \alpha \cdot 1,6 + (1-\alpha) \cdot 1,1 = 1,1 + 0,5\alpha$$

Voor de standaardafwijking van het verwachte eenmaandsrendement van de portefeuille geldt de algemene formule:

$$\sigma_{A+B} = \sqrt{\alpha^2 \cdot \sigma_A{}^2 + (1-\alpha)^2 \cdot \sigma_B{}^2}$$

4p 8 Laat met behulp van de gegevens uit tabel 3 en bovenstaande algemene formule zien dat de standaardafwijking van het verwachte eenmaandsrendement van de portefeuille kan worden herleid tot

$$\sigma_{\ +} = \sqrt{50,45\alpha^2 - 67,28\alpha + 33,64}\ .$$

lees verder ►►►

Voor een portefeuille met twee aandelen zouden we door middel van differentiëren kunnen berekenen bij welke verdeling de standaardafwijking zo klein mogelijk is. Bij een portefeuille met drie aandelen kan dat niet. Daarvan geven we hier een voorbeeld. We voegen aan de aandelen A en B nog een aandeel C toe. We veronderstellen weer dat hun eenmaandsrendementen onderling onafhankelijk zijn.

Van A, B en C weten we verder nog het volgende:

tabel 4

aandeel	**A**	**B**	**C**
gemiddelde eenmaandsrendement in procenten	$\mu_A = 1,6$	$\mu_B = 1,1$	$\mu_C =$
standaardafwijking van het gemiddelde eenmaandsrendement in procenten	$\sigma_A = 4,1$	$\sigma_B = 5,8$	$\sigma_C =$

De portefeuille bestaat voor een deel α uit aandelen A, voor een deel β uit aandelen B en voor de rest uit aandelen C. Daarbij geldt $0 \le \alpha \le 1$ en $0 \le \beta \le 1$ en $0 \le \alpha + \beta \le 1$.

In de tabel op de uitwerkbijlage staat voor een groot aantal combinaties van α en β de bijbehorende standaardafwijking van het verwachte eenmaandsrendement van de portefeuille met aandelen A, B en C. Je kunt bijvoorbeeld aflezen dat een verwacht eenmaandsrendement van een portefeuille met 20% aandelen A, 70% aandelen B en dus 10% aandelen C een standaardafwijking van 4,16% heeft.

Het verwachte eenmaandsrendement en de bijbehorende standaardafwijking van de portefeuille hangen af van de samenstelling van de portefeuille. Men wil de beleggingsportefeuille zo samenstellen dat de standaardafwijking zo klein mogelijk is. Daarbij beperkt men zich tot de combinaties die in de tabel op de uitwerkbijlage vermeld zijn.

4p **9** Bereken, met behulp van de tabel op de uitwerkbijlage, het verwachte eenmaandsrendement bij deze beleggingsportefeuille. Rond je antwoord af op twee decimalen.