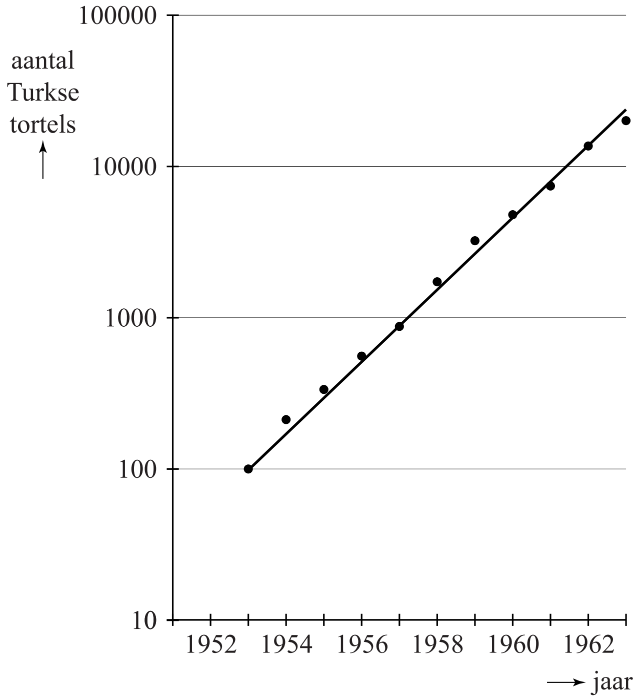
Turkse tortels

Een Turkse tortel is een bepaald soort duif. Oorspronkelijk broedde de Turkse tortel alleen in Turkije, maar in de loop van de vorige eeuw heeft deze vogel zich over heel Europa verspreid. In 1950 werden ze voor het eerst in Nederland gezien.

In figuur 1 zie je de groei van het aantal Turkse tortels in Nederland gedurende de periode 1953 tot en met 1963.

figuur 1



Langs de verticale as is een logaritmische schaalverdeling gebruikt.
De punten liggen bij benadering op een rechte lijn. Dat betekent dat het aantal Turkse tortels in de periode 1953 tot en met 1963 bij benadering exponentieel groeide. Een formule voor het aantal Turkse tortels in Nederland gedurende deze jaren is: $N(t) = 100 \cdot 1,73^t$ met t de tijd in jaren en $t = 0$ in 1953.

4p **15** Toon met behulp van figuur 1 aan dat de formule $N(t) = 100 \cdot 1,73^t$ juist is.

Het aantal tortels groeide in de eerste jaren vrij langzaam. Pas na enige tijd was de groeisnelheid groter dan 1000 tortels per jaar.

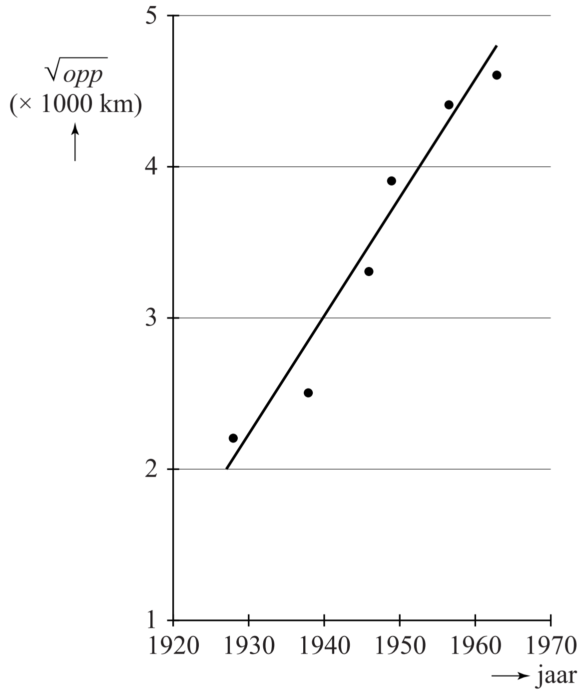
5p **16** Bereken met behulp van de afgeleide $N'(t)$ in welk jaar de groeisnelheid van het aantal Turkse tortels groter was dan 1000 tortels per jaar.

lees verder ►►►

Het gebied waar een soort voorkomt, wordt het verspreidingsgebied genoemd.

Figuur 2 geeft informatie over de grootte van het verspreidingsgebied van de Turkse tortel. Deze figuur staat ook vergroot op de uitwerkbijlage. Langs de verticale as staat de wortel van de oppervlakte ($\sqrt{opp}$) van het verspreidingsgebied.
In figuur 2 kun je bijvoorbeeld aflezen dat voor 1957 geldt:
$\sqrt{opp} \approx$ 4400 km.
Hiermee kan worden berekend dat de oppervlakte van het verspreidingsgebied in 1957 dus ruim 19 miljoen vierkante kilometer is.

figuur 2



We nemen aan dat het verspreidingsgebied cirkelvormig is, met straal r in km. Voor de oppervlakte van het gebied geldt dan: $opp = \pi \cdot r^2$.

Hieruit volgt: $r = \dfrac{\sqrt{opp}}{\sqrt{\pi}}$.

In figuur 2 is te zien dat $\sqrt{opp}$ uitgezet tegen de tijd bij benadering een rechte lijn oplevert. Dit betekent dat in de periode 1930 tot en met 1960 de gemiddelde toename per jaar van de straal van het gebied constant is.

4p **17** Bereken met behulp van de rechte lijn in figuur 2 de gemiddelde toename in km per jaar van de straal van het verspreidingsgebied in de periode 1930 tot en met 1960.

lees verder ►►►

Een ander model waarmee de groei van de straal kan worden berekend, wordt beschreven met de volgende formule:

$$s = \frac{290}{m}\sqrt{\log(V)}$$

s is de groei van de straal in km per jaar;
V is het gemiddeld aantal vrouwelijke nakomelingen dat een wijfje gedurende haar hele leven voortbrengt, $V \geq 1$;
m is de gemiddelde leeftijd in jaren waarop een vrouwtje jongen krijgt, $m > 0$.

Voor de Turkse tortel heeft men in een bepaalde periode de volgende waarden gevonden: $m = 1{,}81$ en $V = 1{,}33$.
Neem aan dat door ongunstige omstandigheden voor de Turkse tortel de waarde van V met 10% afneemt, maar dat m gelijk blijft.

5p **18** Bereken met hoeveel procent de waarde van s zal afnemen als gevolg van de afname van V.

We bekijken de volgende twee situaties:
1. De gemiddelde leeftijd waarop een vrouwtje jongen krijgt neemt toe, maar het gemiddeld aantal vrouwelijke nakomelingen verandert niet.
2. Het gemiddeld aantal vrouwelijke nakomelingen wordt groter, maar de gemiddelde leeftijd waarop een vrouwtje jongen krijgt verandert niet.

4p **19** Beredeneer met behulp van de formule voor elk van deze twee situaties of de groei van de straal groter of kleiner zal worden.