

## Opgave 2 Persoonlijke lening

Iemand heeft bij een bank een persoonlijke lening afgesloten van  $f$  80 000,-. Voor rente en aflossing betaalt hij aan het eind van elke maand een vast bedrag, namelijk  $f$  720,-. De bank brengt hem 0,7% rente per maand over het restant van de lening in rekening.

$L_0$  is het beginbedrag:  $f$  80 000,-.  $L_t$  is het restant van de lening direct na het einde van de  $t^e$  maand.  $L_t$  berekent men als volgt:

Eerst wordt het restant aan het eind van de vorige maand ( $L_{t-1}$ ) vermeerderd met de verschuldigde rente en daarna wordt de  $f$  720,- er van af getrokken. Er wordt bij alle bedragen gerekend in guldens.

Het model dat hier bij hoort, ziet er dus als volgt uit:

$$\begin{aligned}L_t &= 1,007 \cdot L_{t-1} - 720 \\L_0 &= 80\,000\end{aligned}$$

In de tabel hieronder kun je voor de eerste paar maanden zien hoe groot het restant van de lening is aan het eind van elke maand.

	$t = 0$	$t = 1$	$t = 2$	$t = 3$	$t = 4$
tabel 2 $L_t$	80 000,-	79 840,-	79 678,88	79 516,63	79 353,25

3p **5**  Bereken  $L_6$ .

Het maandbedrag van  $f$  720,- bestaat voor een deel uit de verschuldigde rente en voor een deel uit aflossing. Met behulp van tabel 2 kunnen we bijvoorbeeld nagaan dat aan het einde van de eerste maand  $f$  160,- van de lening is afgelost. De maandelijkse aflossing aan het einde van de  $t^e$  maand geven we aan met  $A_t$ . Dus we hebben de volgende formule:

$$A_t = 720 - 0,007 \cdot L_{t-1}$$

Door deze aflossing wordt het restant van de lening elke maand kleiner. In formulevorm:

$$L_t = L_{t-1} - A_t$$

Met behulp van tabel 2 kun je nagaan dat  $A_1 = 160$ .

Doordat het restant van de lening, en dus ook de verschuldigde rente, steeds kleiner wordt, wordt de aflossing steeds groter. Dit kan beschreven worden met de volgende formule:

$$A_{t+1} = 1,007 \cdot A_t$$

4p **6**  Toon met behulp van het voorgaande aan dat deze formule juist is.

Op een bepaald moment is het restant van de lening plus de rente daarover  $f$  720,- of minder. Dit vormt dan het laatste maandbedrag, en daarmee is de lening afgelost.

5p **7**  Toon aan dat de lening na 216 maanden is afgelost.