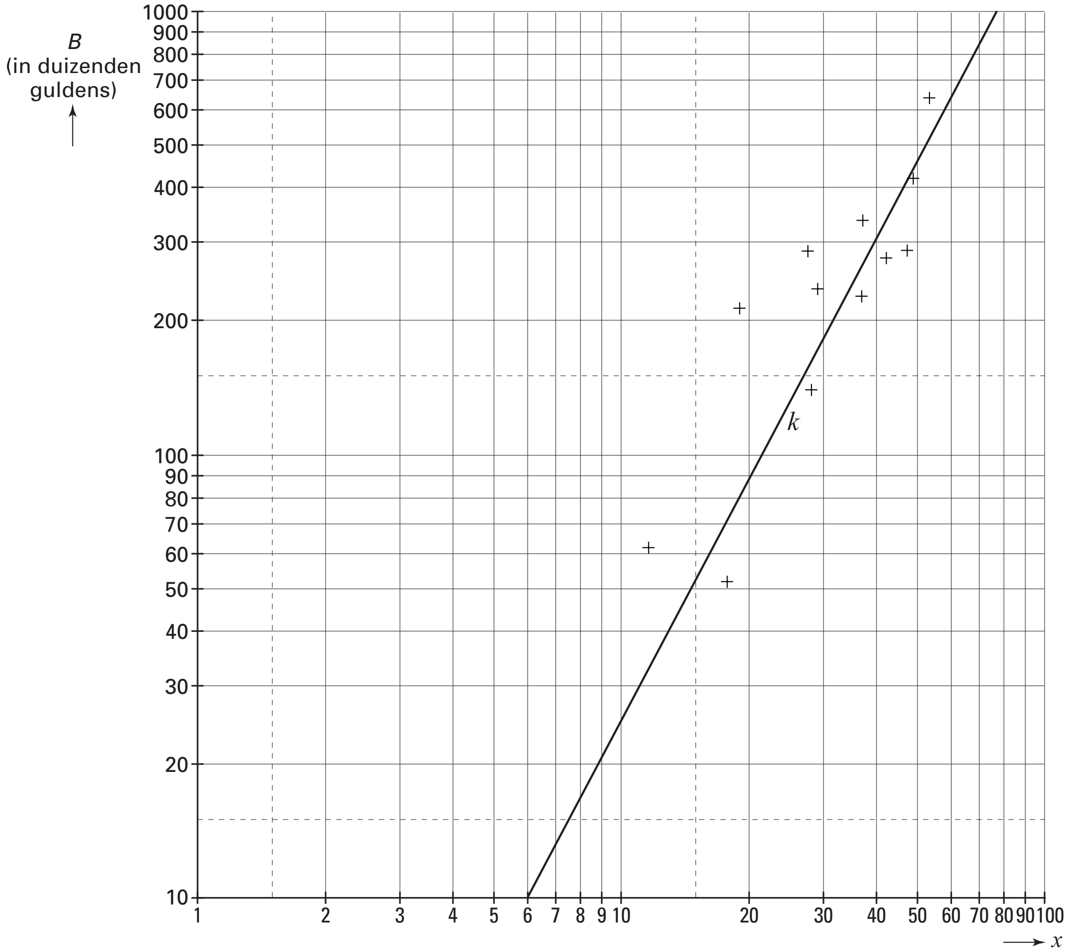
Opgave 4 Kavelkosten

Een gemeente wil uitbreiden door het bouwen van een nieuwe wijk. De plaats waar de nieuwe wijk gebouwd zal worden, is vastgesteld. Voordat de gemeente het uitbreidingsplan laat uitvoeren, doet de gemeente onderzoek naar de kosten van het plan. Er zijn twee soorten kosten voor de gemeente:

- de kosten van aankoop van de grond. In deze situatie bedragen de kosten 170 000 gulden per hectare (1 hectare = 10 000 m^2).
- de kosten van het bouwrijp maken. Dit betreft kosten voor de aanleg van bijvoorbeeld wegen, rioleringen en groenvoorzieningen. Deze kosten zijn hoger naarmate het aantal woningen dat per hectare gebouwd zal worden groter is.

In figuur 3 zijn kosten van diverse vergelijkbare projecten door middel van plusjes weergegeven. Zowel langs de horizontale als langs de verticale as is een logaritmische schaalverdeling gebruikt. Hierbij is x het aantal woningen per hectare. B stelt voor de kosten per hectare van het bouwrijp maken in duizenden guldens. Op grond van de plusjes in figuur 3 is een grafiek (de lijn k in figuur 3) getekend die het verband tussen B en x weergeeft. De figuur staat ook op de bijlage afgebeeld.

figuur 3



lees verder ►►►

De lijn k beschrijft een theoretisch model waarmee B kan worden berekend.
De werkelijke kosten bij de onderzochte projecten (de plusjes in de figuur) wijken soms aanzienlijk af van de kosten volgens dit model. Kijk bijvoorbeeld maar naar de kosten van het project dat hoort bij $x \approx 19$.

5p **12** □ Onderzoek of de werkelijke waarde van B van dit project meer dan 100% afwijkt van de waarde van B volgens het model.

Ga er in de rest van de opgave van uit dat $B = 0{,}4 \cdot x^{1{,}8}$.

We gaan er voor het gemak van uit dat alle woningen hetzelfde zullen zijn. De totale kosten per woning voor de gemeente bestaan uit de volgende onderdelen:

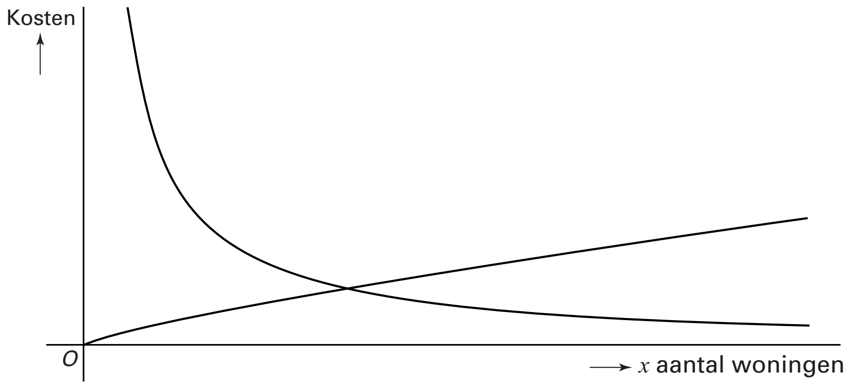
- de aankoopkosten van de grond per woning $K_A = 170 \cdot x^{-1}$
- de kosten voor het bouwrijp maken van de grond $K_B = 0{,}4 \cdot x^{0{,}8}$

In deze formules zijn K_A en K_B in duizenden guldens.

4p **13** □ Laat zien hoe de formules van K_A en K_B tot stand zijn gekomen.

In figuur 4 zie je een schets van de grafieken van K_A en K_B.

figuur 4



Neem aan dat de gemeente er naar zal streven om de totale kosten per woning zo klein mogelijk te maken.

6p **14** □ Stel een formule op voor de afgeleide van de functie die de totale kosten per woning weergeeft en onderzoek met behulp daarvan of het minimum van de totale kosten per woning bereikt wordt als K_A en K_B even groot zijn.

In de toekomst zal de gemeente nog meer stukken grond aankopen. De grondprijs per ha zal echter in de toekomst kunnen stijgen. Daardoor zal ook het aantal woningen dat per ha gebouwd moet worden om de totale kosten zo klein mogelijk te maken, veranderen. Een ambtenaar onderzoekt dit probleem met zijn grafische rekenmachine. Hij gebruikt daarbij de volgende uitgangspunten:

- de grondprijs per ha G (in duizenden guldens) zal tussen 170 en 250 liggen;
- bij iedere grondprijs G kun je met de formule $K_T = G \cdot x^{-1} + 0{,}4 \cdot x^{0{,}8}$ berekenen hoe de totale kosten per woning K_T afhangen van x, het aantal woningen per ha. Bij iedere waarde van G is er precies één waarde van x die de *minimale* kosten per woning oplevert.

In zijn rapport vermeldt de ambtenaar dat het voor $G = 230$ het goedkoopst is om 39 woningen per ha te bouwen. Hij heeft daarbij het aantal woningen per ha afgerond op gehelen. Maar er zijn nog meer waarden van G waarbij de totale kosten per woning minimaal zijn wanneer er (afgerond) 39 woningen per ha gebouwd worden.

4p **15** □ Onderzoek voor welke waarden van G dit laatste het geval is. Geef de gevonden waarden van G in duizenden guldens nauwkeurig.