

Opgave 5 Wijnvoorraad

Een wijnboer heeft op 1 januari 2000 een wijngaard gekocht die goed is voor een jaarproductie van 400 hl wijn (1 hl = 1 hectoliter = 100 liter).

De wijnboer wil er kwaliteitswijn produceren die lang houdbaar is. Hoe langer hij de wijn bewaart, hoe meer deze waard wordt.

Als de wijnboer elk jaar direct al zijn wijn verkoopt, dan kan hij niet van deze waardevermeerdering profiteren. Maar als hij al zijn wijn opslaat in zijn wijnkelders, dan raken deze snel vol en heeft de wijnboer voorlopig geen inkomsten.

De wijnboer is van plan om jaarlijks 40% te verkopen van de wijn uit dat jaar en van de wijn die nog over is uit elk voorgaand jaar. De rest voegt hij toe aan de voorraad. De grootte van deze voorraad wordt aan het begin van elk jaar, dus op 1 januari, bepaald.

In tabel 3 kunnen we zien hoe de wijnvoorraad zich gedurende de eerste jaren ontwikkelt.

tabel 3

Voorraad in hl bij verkoop van 40% van de wijn per jaar

geproduceerd in	nieuwe	1-jarige	2-jarige	3-jarige	4-jarige	--	--	totale	op 1 januari
2000	wijn	wijn	wijn	wijn	wijn	--	--	voorraad	van het jaar
2001	240	–	–	–	–	--	--	240	2001
2002	240	144	–	–	–	--	--	384	2002
2003	240	144	86,4	–	–	--	--	470,4	2003
2004	240	144	86,4	51,84	–	--	--	522,24	2004
2005	240	144	86,4	51,84	31,104	--	--	553,344	2005
	:	:	:	:	:	--	--	---	---
	:	:	:	:	:	--	--	---	---
	:	:	:	:	:	--	--	---	---

Op 1 januari 2003 is er 240 hl over van de wijn die in 2002 geproduceerd is. Hiervan is, zoals we in de tabel kunnen zien, op 1 januari 2005 nog 86,4 hl in voorraad.

Verder kunnen we zien dat de totale voorraad op 1 januari 2002 bestaat uit 240 hl nieuwe wijn en 144 hl 1-jarige wijn, samen dus 384 hl. De 240 hl is afkomstig van de productie van het jaar 2001 en de 144 hl is afkomstig van de nieuwe wijn uit de voorraad van het jaar 2001.

Alle hoeveelheden wijn in deze tabel, behalve de totale voorraad, kunnen berekend worden met behulp van de volgende formule:

$$\text{hoeveelheid} = 240 \cdot (0,6)^n$$

In deze formule geeft n aan hoeveel jaren oud de wijn is.

5p 16 □ Bereken hoeveel hl wijn van 4 jaar of ouder er in de voorraad zit op 1 januari 2007.

lees verder ►►►

Om de totale voorraad (in hl) te berekenen, kunnen we gebruik maken van de volgende formule:

$$\text{totale voorraad} = 240 \cdot \frac{1 - (0,6)^t}{0,4}$$

In deze formule is t het aantal jaren na 2000. Met bijvoorbeeld $t = 4$ bedoelen we hier het jaar 2004.

Met behulp van de gegevens uit de tabel kan deze formule eenvoudig gecontroleerd worden voor $t = 1, 2$ en 3 . Met behulp van de somformule voor meetkundige rijen kun je aantonen dat deze formule voor iedere waarde van t geldt.

5p **17** Toon aan dat deze formule voor iedere waarde van t geldt.

De wijnboer overweegt om niet 40% van de jaarproductie te verkopen, maar een ander percentage.

Veronderstel dat hij jaarlijks $p\%$ verkoopt. Ook in dat geval kunnen we met behulp van een formule nagaan hoe groot de totale voorraad (in hl) op 1 januari 2007 zal zijn. Deze formule ziet er als volgt uit:

$$\text{voorraad} = \frac{400}{p} \cdot (100 - p) \cdot \left[1 - \left(1 - \frac{p}{100} \right)^7 \right]$$

Als de wijnboer jaarlijks slechts 1% zou verkopen, zou de wijnvoorraad op 1 januari 2007 een aanzienlijk percentage bevatten van alle wijn die gedurende deze 7 jaar geproduceerd is.

4p **18** Bereken dit percentage dat hoort bij $p = 1$.

De wijnboer wil het percentage p zo kiezen, dat hij op 1 januari 2007 een totale voorraad van 1100 hl wijn heeft.

4p **19** Onderzoek hoe groot hij p moet kiezen.