

Examen VWO

**2017**

tijdvak 2  
dinsdag 20 juni  
13.30 - 16.30 uur

**wiskunde C (pilot)**

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 22 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 80 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

## Gewicht van dieren

Bij dieren is het energieverbruik afhankelijk van het gewicht. Het volgende verband beschrijft dit:

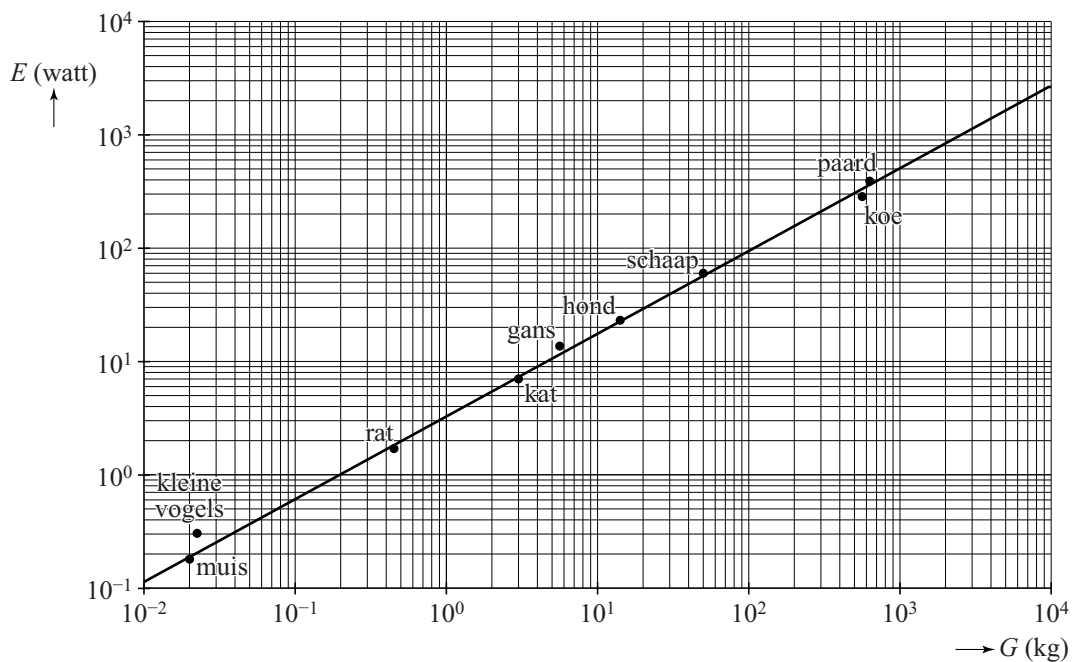
$$E = 3,27 \cdot G^{0,73}$$

Hierin is  $E$  het energieverbruik in watt en  $G$  het gewicht in kg.

- 3p 1 Bereken hoe zwaar een dier volgens deze formule is als het een energieverbruik heeft van 100 watt. Geef je antwoord in hele kg.

In de figuur staat voor een aantal diersoorten het verband tussen  $E$  en  $G$ . De lijn in deze figuur is de grafiek die bij de formule hoort. Beide assen hebben een logaritmische schaalverdeling. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur



Ook voor veel vogels geldt het verband volgens de formule. Voor kleine vogels echter niet. De stip in de figuur voor kleine vogels is voor vogels van ongeveer 22 gram.

- 3p 2 Bereken hoeveel procent groter het energieverbruik van een kleine vogel is dan je op grond van de formule zou verwachten. Geef je antwoord in tientallen procenten nauwkeurig.

Er zijn ook zoogdieren waarvoor de formule niet precies klopt.  
Bijvoorbeeld voor een olifant van 4000 kg geldt dat  $E$  ongeveer 2000 watt is en voor een marmot van 3 kg geldt dat  $E$  ongeveer 3 watt is.

- 4p 3 Geef in de figuur op de uitwerkbijlage de positie aan van de olifant en de marmot.

De rechte lijn in de figuur doet vermoeden dat een dier dat twee keer zo zwaar is als een ander dier ook twee keer zo veel energie verbruikt.

- 3p 4 Onderzoek met behulp van de formule of dit vermoeden juist is.

## Damherten

De Amsterdamse Waterleidingduinen (de AWD) is een duingebied bij Zandvoort. In het gebied komen damherten voor. Deze damherten worden jaarlijks geteld. Hiervoor wordt het leefgebied verdeeld in zogenoemde telgebieden.

Aan het einde van de winter worden in elk telgebied drie tellingen uitgevoerd, de eerste 's avonds rond zonsondergang, de tweede de volgende ochtend rond zonsopkomst, waarna op dezelfde dag rond zonsondergang de derde telling plaatsvindt.

De tellers zijn ervaren personen. Zij kunnen de verschillende geslachten en leeftijden van de damherten goed onderscheiden. Er worden geen damherten dubbel geteld. In tabel 1 zie je het resultaat van de telling van 2012 in één van de telgebieden.

**tabel 1**

	bok (mannelijk)	hinde (vrouwelijk)	jonge bok	jonge hinde	totaal
telronde 1	80	90	40	50	260
telronde 2	75	105	35	40	250
telronde 3	70	95	30	45	240

Men gaat ervan uit dat de damherten tussen twee telrondes niet naar een ander telgebied zijn gegaan. Met deze resultaten kun je vaststellen hoeveel damherten er minimaal aanwezig zijn in dit telgebied.

3p **5** Bereken het minimaal aanwezige aantal damherten in dit telgebied.

Voor de minimumschatting van het aantal damherten in het totale duingebied van de AWD worden de minimaal aanwezige damherten van alle telgebieden bij elkaar opgeteld.

In werkelijkheid is het aantal damherten in de AWD groter. Men maakt hierbij een schatting van het aantal damherten dat niet door de tellers is gezien.

In tabel 2 staan voor een aantal jaren de minimumschatting en de totaalschatting.

Vanaf 2008 werden er geen totaalschattingen meer gepubliceerd. Er is gebleken dat de verhouding tussen de minimumschatting en de totaalschatting in de jaren 2005, 2006 en 2007 telkens ongeveer gelijk was. Neem aan dat deze verhouding vanaf 2008 hetzelfde blijft, dan kunnen de totaalschattingen wel gemaakt worden.

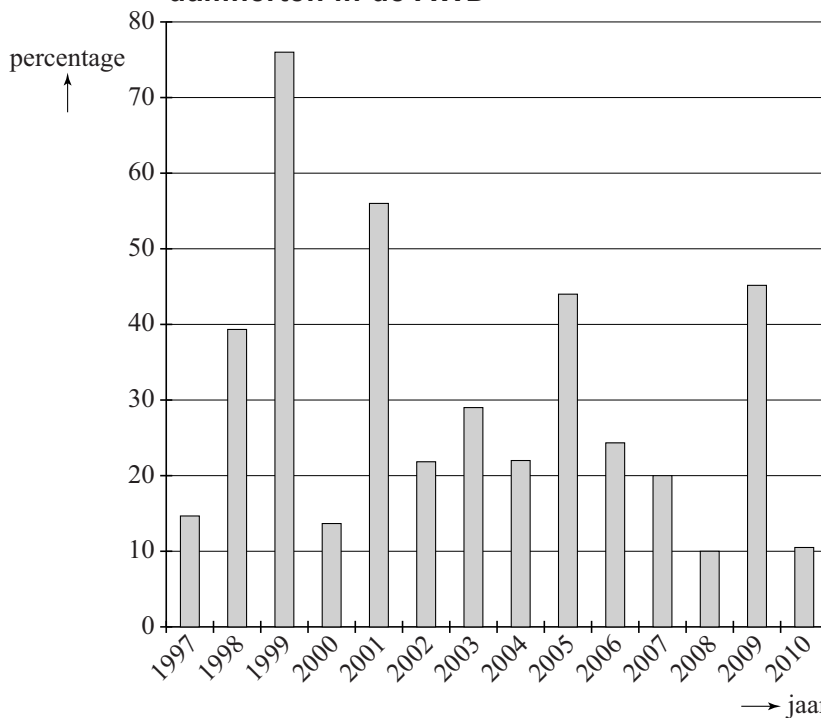
**tabel 2**

jaar	AWD minimum- schatting	AWD totaal- schatting
2005	512	1401
2006	654	1742
2007	660	1802
2008	726	niet bekend
2009	1084	niet bekend
2010	1178	niet bekend

- 4p 6 Toon aan dat deze verhoudingen telkens ongeveer gelijk waren en maak hiermee totaalschattingen voor de jaren 2008, 2009 en 2010. Geef je antwoorden in honderdtallen nauwkeurig.

Al sinds 2007 wordt onderzocht of de populatie damherten in de AWD door middel van jacht beheerd moet worden. De populatie groeit elk jaar, maar er zijn grote verschillen. In de figuur zie je de procentuele toename van de populatie in de jaren 1997 tot en met 2010.

**figuur** jaarlijkse procentuele groei van de populatie damherten in de AWD



Je kunt in de figuur bijvoorbeeld aflezen dat de populatie in 1998 met ongeveer 39% is gestegen ten opzichte van 1997.

- 4p 7 Bereken met behulp van de figuur met hoeveel procent de populatie damherten is gegroeid in de periode van 1997 tot en met 2000.

Als je het gemiddelde van alle groeipercentages in de figuur uitrekt, kom je uit op iets meer dan 29%. Dat betekent echter niet dat voor de gehele periode de gemiddelde jaarlijkse groei dan ook ruim 29% is.

- 5p 8 Geef zelf een voorbeeld waarin je laat zien dat als het gemiddelde van de groeipercentages van twee achtereenvolgende jaren 29% is, dat niet hoeft te betekenen dat de gemiddelde jaarlijkse groei over die periode van twee jaar ook 29% is.

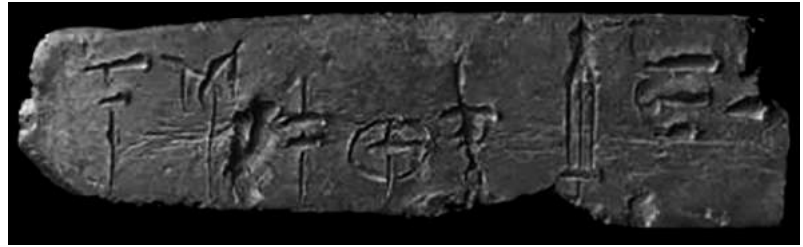
Door allerlei oorzaken is de gemiddelde jaarlijkse groei van de populatie damherten in de AWD vanaf 2007 gelijk aan 15%. Op het landgoed San Rossore, een duingebied ter hoogte van de stad Pisa in Italië, is gebleken dat een grote hoeveelheid damherten niet tot problemen hoeft te leiden. Hier bereikte de populatie damherten in een omrasterde situatie een dichtheid van 200 damherten per km<sup>2</sup>. De oppervlakte van de AWD is 34 km<sup>2</sup>.

- 4p **9** Bereken, uitgaande van een groei van 15% per jaar vanaf 2007, in welk jaar die dichtheid in de AWD voor het eerst bereikt zal worden. Ga hierbij uit van de totaalschatting in 2007.

## Ontcijfering Lineair B

foto

De Engelse onderzoeker Arthur Evans vond in 1900 op het eiland Kreta honderden kleitabletten die beschreven waren met



een onbekend schrift. Op de foto zie je zo'n kleitablet. Omdat de tekens grotendeels opgebouwd zijn uit lijntjes noemde hij dit schrift Lineair B. Lineair B heeft 90 verschillende tekens waarmee woorden geschreven werden.

Elk schrift kan ingedeeld worden bij precies één van de volgende drie typen:

- karakterschrift: elk teken is een apart woord;
- lettergrepenschrift: elk teken is een lettergreep;
- alfabet: elk teken is een letter.

We voeren de volgende afkortingen in:

$K$ : een schrift is een karakterschrift

$L$ : een schrift is een lettergrepenschrift

$A$ : een schrift is een alfabet

$D$ : een schrift heeft duizend of meer tekens

$V$ : een schrift heeft veertig of minder tekens

De volgende twee beweringen zijn waar:

$K \Rightarrow D$

$A \Rightarrow V$

2p 10 Vertaal deze twee beweringen in gewone zinnen.

Lineair B heeft, zoals hierboven vermeld is, 90 verschillende tekens.

Omdat 90 minder is dan 1000 en meer dan 40, gelden:

$\neg D$  en  $\neg V$

Je kunt nu op grond van het voorgaande concluderen dat Lineair B een lettergrepenschrift moet zijn.

3p 11 Geef alle redeneerstappen die tot die conclusie leiden. Gebruik daarbij alleen de afkortingen hierboven en logische symbolen.

Lineair B is dus een lettergrepenschrift.

Lineair B is vooral gevonden op kleitabletten. De meeste van die tabletten bevatten 10 of 11 tekens waarmee meestal 5 tot 7 woorden werden geschreven.

Met behulp van deze gegevens kan je iets zeggen over het gemiddeld aantal tekens per woord op een tablet.

- 3p **12** Bereken op basis van bovenstaande gegevens tussen welke grenzen het gemiddeld aantal tekens per woord op een tablet ligt. Rond de getallen in je antwoord af op één decimaal.











De meeste tekens van Lineair B stellen lettergrepen voor die bestaan uit een medeklinker met daarna een klinker, bijvoorbeeld ma, ka, sa, ki, ti, to.

Alice Kober heeft gewerkt aan de ontcijfering van Lineair B. Zij stelde een tabel van 10 tekens op, zie figuur 1.

Ze wist niet welke medeklinkers ingevuld moesten worden bij medeklinker 1 tot en met 5 en welke klinkers bij klinker 1 en 2.

Alice Kober wist echter wel dat de tekens in eenzelfde rij met dezelfde medeklinker beginnen en dat de tekens in eenzelfde kolom dezelfde klinker hebben. Ze wist ook dat het vijf verschillende medeklinkers en twee verschillende klinkers moesten zijn.

**figuur 1**

	klinker 1	klinker 2
medeklinker 1		
medeklinker 2		
medeklinker 3		
medeklinker 4		
medeklinker 5		

Neem aan dat er in de taal van Lineair B in totaal 20 mogelijkheden voor een medeklinker zijn en 5 voor een klinker. Dat betekent dat er  $20 \cdot 5 = 100$  verschillende mogelijkheden zijn om aan het symbool linksboven een lettergreep (medeklinker + klinker) te koppelen.

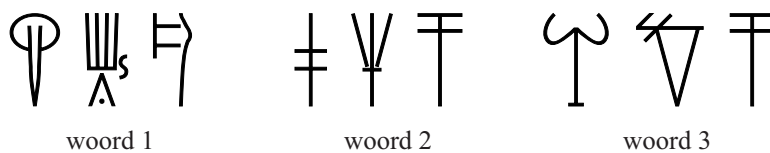
- 3p **13** Bereken op hoeveel verschillende manieren er 5 medeklinkers en 2 klinkers gekozen kunnen worden om aan alle 10 symbolen in de tabel een lettergreep te koppelen.



Michael Ventris zette het werk van Kober voort. In het vervolg van deze opgave zie je in vereenvoudigde vorm hoe hij te werk ging. Ventris slaagde erin verschillende tekens van de tabel van Kober te ontcijferen. Op de uitwerkbijlage is hiermee een begin gemaakt: het teken linksboven staat voor ti en het teken links in het midden voor ni. Inmiddels waren er ook nieuwe kleitabletten met Lineair B ontdekt op andere plaatsen. Ventris zag dat sommige woorden vaak op de kleitabletten uit Kreta voorkwamen maar helemaal niet op de nieuw ontdekte kleitabletten. Hij veronderstelde dat dit plaatsnamen waren van steden op Kreta. Een van die woorden zie je op de uitwerkbijlage. Hij ontdekte dat dit woord stond voor A-mi-ni-so<sup>1)</sup>, een stad op Kreta.

In figuur 2 zie je drie woorden in Lineair B. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

**figuur 2**



We gaan uit van het volgende:

- de gedeeltelijk ontcijferde tabel op de uitwerkbijlage;
- de ontcijfering van de plaatsnaam A-mi-ni-so, zie de uitwerkbijlage;
- er zijn vier plaatsnamen op Kreta die in aanmerking komen: Ko-no-so, Pa-i-to, Ru-ki-to en Tu-li-so, maar we weten nog niet welk woord aan welke plaatsnaam gekoppeld moet worden.

Het lukte Ventris niet om met alleen deze gegevens alle woorden aan een plaatsnaam te koppelen, maar hij vond wel een gedeeltelijke oplossing.

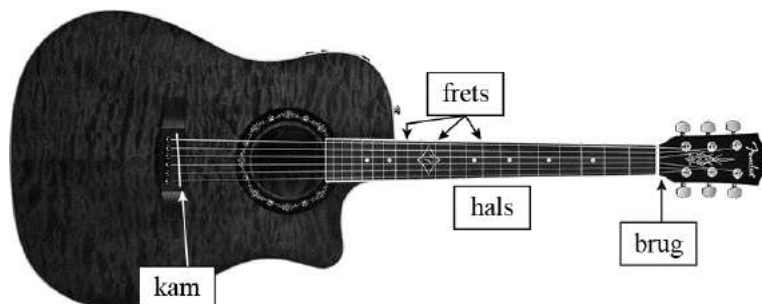
4p 14 Onderzoek in hoeverre je elk van de drie woorden in figuur 2 aan een plaatsnaam kunt koppelen met behulp van bovenstaande uitgangspunten. Licht je antwoord toe.

noot 1 Er zijn ook tekens voor losse klinkers, zoals a, i, o.

# Gitaar

In figuur 1 zie je een gitaar. De snaren zijn gespannen tussen de **brug** en de **kam**. Op de hals zijn zogenoemde **frets** (smalle metalen strips) te zien.

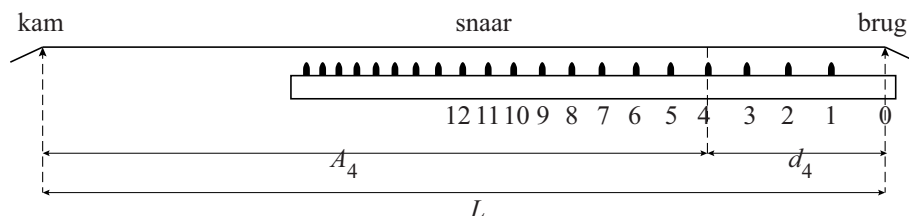
figuur 1



Als je een snaar aanslaat zonder op een fret te drukken, gaat de hele snaar tussen de brug en de kam trillen. Door een snaar tegen een fret aan te drukken, wordt de gebruikte snaarlengte korter. Je krijgt dan een andere toon. Om de goede tonen te krijgen, moet bij het bouwen van een gitaar de juiste plaats van de frets berekend worden.

Figuur 2 geeft een schematisch zijaanzicht van de hals. De eerste 12 frets zijn daarin vanaf de brug genummerd.

figuur 2



De lengte van een snaar in cm tussen de brug en de kam noemen we  $L$ .  $A_n$  is de afstand in cm tussen de fret met nummer  $n$  en de kam, en  $d_n$  is de afstand in cm tussen de fret met nummer  $n$  en de brug. In figuur 2 zijn  $A_4$  en  $d_4$  aangegeven. Voor  $A_n$  geldt de volgende formule:

$$A_n = L \cdot 0,9439^n$$

Van een bepaalde gitaar is de afstand tussen fret nummer 6 en de brug gelijk aan 20 cm.

- 4p 15 Bereken de lengte  $L$  van een snaar van deze gitaar. Rond je antwoord af op hele cm.

De groeifactor in de formule is berekend op basis van de volgende uitgangspunten:

- er is een exponentieel verband tussen  $A_n$  en  $n$ ;
- de 12e fret ligt precies midden tussen de brug en de kam.

4p 16 Bereken met behulp van deze twee uitgangspunten de groeifactor in vijf decimalen nauwkeurig.

De formule  $A_n = L \cdot 0,9439^n$  is een directe formule bij een rij. Bij deze rij kan ook een recursieve formule opgesteld worden.

3p 17 Geef deze formule.

In het dagblad *Trouw* van 6 november 2010 stond een artikel over de gitaarbouwer Yuri Landman. Hij gebruikt voor de plaats van een aantal frets de vuistregels in de onderstaande tabel.

**tabel**

fret	3e fret	5e fret	7e fret	12e fret
afstand tussen brug en fret ten opzichte van de afstand tussen brug en kam	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{2}$

Ga uit van een afstand tussen brug en kam van 65 cm.

4p 18 Onderzoek bij welke van bovenstaande frets de afstanden tussen brug en fret die met deze vuistregels berekend worden, meer dan 1 mm verschillen met de afstanden volgens de formule.

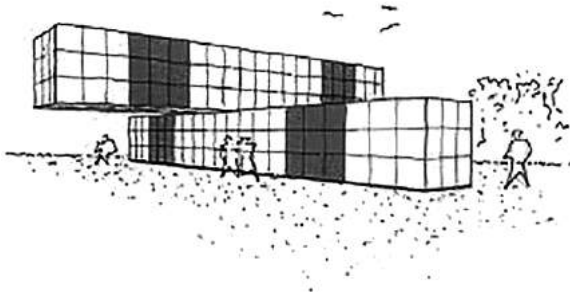
Het is mogelijk om de tabel met vuistregels uit te breiden. We willen een nieuwe vuistregel toevoegen waarbij de afstand tussen brug en fret  $\frac{2}{3}$  is ten opzichte van de afstand tussen brug en kam. Hierbij willen we dat het verschil in berekende afstand volgens de nieuwe vuistregel en de formule zo klein mogelijk is.

4p 19 Onderzoek welke fret dan hoort bij deze nieuwe vuistregel.

## Tentoonstellingspaviljoen

De kunstenaar Stanley Brouwn heeft in 2004 een maquette voor een tentoonstellingspaviljoen gemaakt. Zie figuur 1. De maquette bestaat uit twee gelijke langwerpige bouwblokken waarvan het ene op de grond staat en het andere daar precies in het midden dwars overheen ligt.

figuur 1



De witte vierkanten in figuur 1 zouden in werkelijkheid platen moeten worden van  $4 \times 4$  SB-voet. Eén SB-voet is 26 cm, in het eigen maatsysteem van Stanley Brouwn. De grijze vierkanten in figuur 1 zijn de ramen en hebben dezelfde afmetingen als de witte vierkanten. Zoals je in figuur 1 kunt zien, zijn beide bouwblokken 3 vierkanten hoog en breed en 21 vierkanten lang.

- 4p 20 Bereken hoe groot de totale inhoud van het tentoonstellingspaviljoen in werkelijkheid zou moeten worden. Geef je antwoord in hele  $\text{m}^3$ .

In werkelijkheid is er gekozen voor vierkanten van  $5 \times 5$  SB-voet. In 2005 is het tentoonstellingspaviljoen geopend. Zie de foto.

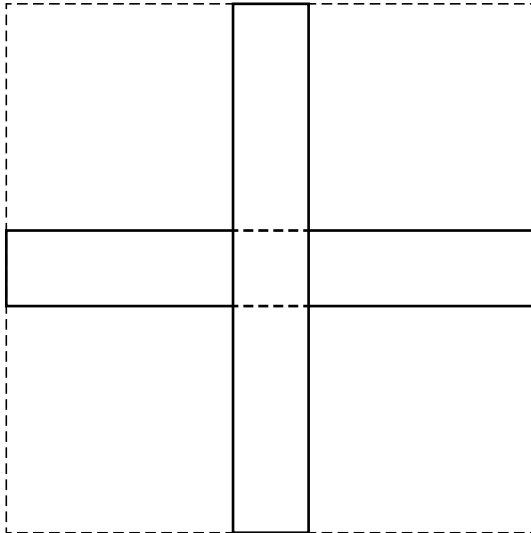
foto



- 4p 21 Op de uitwerkbijlage staat nog een foto van het tentoonstellingspaviljoen. Onderzoek met behulp van de foto op de uitwerkbijlage, zonder een horizon te tekenen, op welke hoogte die foto genomen is. Rond je antwoord af op hele dm.

Op de uitwerkbijlage moet het tentoonstellingspaviljoen in perspectief getekend worden. De onderste balk, de plaats waar de bovenste balk op de onderste balk ligt, een paar hulplijnen om het verdwijnpunt  $V$  te vinden en het verdwijnpunt  $V$  zelf zijn al getekend. De balk die erbovenop komt te liggen moet zo getekend worden dat het tentoonstellingspaviljoen het bovenaanzicht heeft van figuur 2 hieronder.

**figuur 2**



- 5p 22 Maak de perspectieftekening van het gehele tentoonstellingspaviljoen op de uitwerkbijlage af.