

Examen VWO

**2014**

tijdvak 2  
woensdag 18 juni  
13.30 - 16.30 uur

**wiskunde C (pilot)**

Bij dit examen hoort een uitwerkbijlage.

Dit examen bestaat uit 24 vragen.

Voor dit examen zijn maximaal 82 punten te behalen.

Voor elk vraagnummer staat hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

## Wikipedia

---

Wikipedia is een internationale internet-encyclopedie. In maart 2012 bevatte de Nederlandstalige editie ruim één miljoen artikelen. In de tabel staan gegevens van 2012.

### tabel

<b>datum</b>	22 maart	29 maart	5 april	12 april	19 april
<b>aantal</b>	1 033 414	1 034 660	1 035 882	1 037 184	1 038 340

Zoals in bovenstaande tabel te zien is, groeit het aantal artikelen flink. Sommigen beweren dat hier sprake is van lineaire groei, anderen houden het op exponentiële groei.

4p 1 Onderzoek elk van deze beweringen.

Over een langere periode bleek de groei sterker te worden: in de 23 weken van 19 april tot 27 september 2012 groeide de Nederlandstalige Wikipedia uit tot 1 120 987 artikelen.

Neem aan dat het aantal artikelen vanaf 19 april exponentieel groeide en in de toekomst met dezelfde factor blijft groeien.

4p 2 Bereken het aantal artikelen op 19 april 2014.

De relatief grote omvang van de Nederlandstalige Wikipedia is voor een deel te verklaren door het grote aantal door computers gegenereerde artikelen. Het zijn wel echte artikelen maar ze zijn erg kort en geven informatie die niet bijzonder interessant is. Een voorbeeld van zo'n artikel:

### **Miedzianów**

**Miedzianów** is een dorp in de Poolse woiwodschap Groot-Polen. De plaats maakt deel uit van de gemeente Nowe Skalmierzyce en telt 200 inwoners.

Het valt niet op dat er zo veel van deze artikelen zijn. Alleen door in het beginscherm van Wikipedia een willekeurige pagina te vragen, komen deze 'computerartikelen' tevoorschijn.

Er wordt beweerd dat meer dan een derde deel van alle artikelen van de Nederlandstalige Wikipedia uit dergelijke computerartikelen bestaat.

We gaan ervan uit dat in september 2012 inderdaad een derde deel uit computerartikelen bestond. Dus er waren toen ongeveer 747 200 gewone artikelen en 373 600 computerartikelen. Neem aan dat deze aantallen beide exponentieel groeien. Het aantal gewone artikelen groeide met 3% per half jaar en het aantal computerartikelen met 8% per half jaar.

Dan komt er een moment dat er evenveel computerartikelen zijn als gewone artikelen.

- 4p    **3** Bereken na hoeveel tijd dit het geval zal zijn. Geef je antwoord in maanden nauwkeurig.

## Het getal van Dunbar

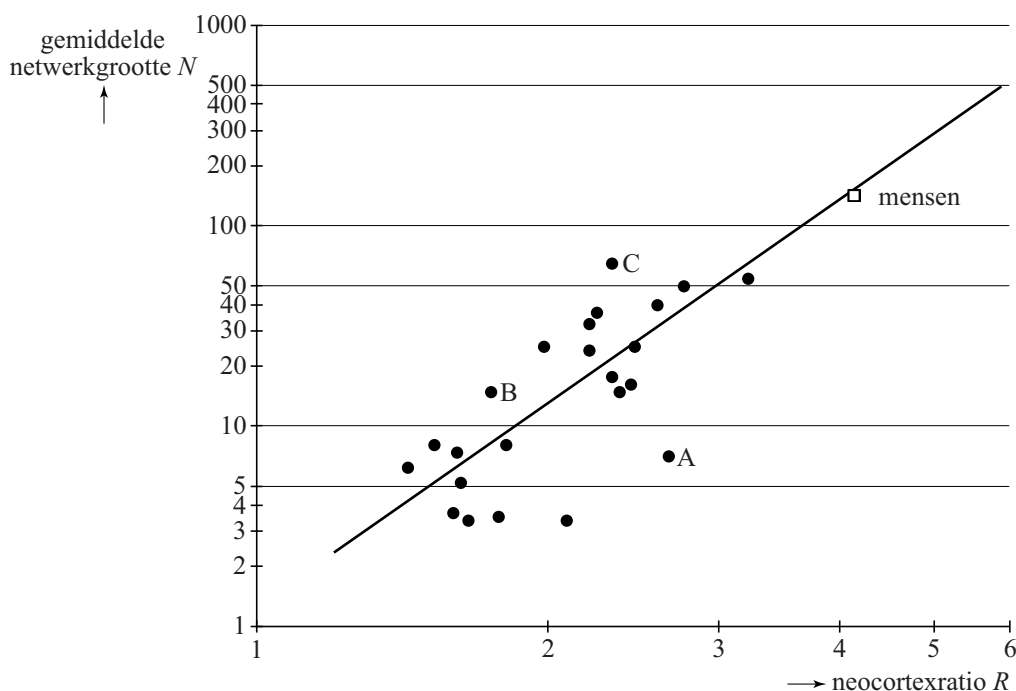
Een groep mensen of dieren die op de een of andere manier sociaal contact met elkaar onderhouden, noemt men een sociaal netwerk. Tegenwoordig vind je sociale netwerken bijvoorbeeld op Facebook en ook in vriendengroepen, families en verenigingen.

Een vriendengroep van 17 personen heeft de gewoonte om elkaar met Nieuwjaar wenskaarten te sturen. Ieder lid van de groep stuurt daarbij een wenskaart aan alle medeleden.

- 3p 4 Bereken hoeveel wenskaarten de leden van deze vriendengroep jaarlijks in totaal aan elkaar sturen met Nieuwjaar.

De onderzoeker Robin Dunbar bestudeerde de relatie tussen de gemiddelde netwerk grootte ( $N$ ) van diverse soorten primaten (apen en mensen) en hun zogeheten neocortexratio ( $R$ ), een maat voor de omvang van de hersenschors. Zie de figuur. Deze figuur staat ook op de uitwerkbijlage.

figuur



In de figuur kun je aflezen dat de gemiddelde netwerk grootte van mensen ongeveer 150 is. Daarom wordt 150 wel 'het getal van Dunbar' genoemd. De zwarte stippen horen bij verschillende soorten apen. In de figuur is ook de best passende lijn getekend bij deze gegevens. Beide assen hebben een logaritmische schaalverdeling.

Voor de mens geeft deze lijn de gemiddelde netwerk grootte vrij goed aan, maar er zijn apensoorten waarbij er een fors verschil is tussen de werkelijke waarde en de waarde volgens de lijn.

In de figuur zijn 3 apensoorten met de letters A, B en C aangegeven.

- 3p **5** Onderzoek bij welke van deze soorten het verschil tussen de werkelijke waarde en de waarde volgens de lijn het grootst is. Je kunt hiervoor gebruik maken van de figuur op de uitwerkbijlage.

In de figuur is bijvoorbeeld voor  $R = 4$  de waarde van  $N$  niet precies af te lezen. Een formule voor de getekende lijn is  $\log(N) = 0,1 + 3,4 \cdot \log(R)$ .

- 3p **6** Bereken met behulp van de formule de waarde van  $N$  als  $R = 4$ .

De neocortex is een deel van het brein. De neocortexratio is het volume van de neocortex gedeeld door het volume van de rest van het brein. Bij mensen is het volume van de neocortex gemiddeld  $1006,5 \text{ cm}^3$  en het totale breinvolume gemiddeld  $1251,8 \text{ cm}^3$ .

- 4p **7** Toon met behulp van de formule aan dat je met deze gegevens kunt concluderen dat de gemiddelde netwerk grootte bij mensen inderdaad ongeveer gelijk is aan 150.

De formule voor de getekende lijn  $\log(N) = 0,1 + 3,4 \cdot \log(R)$  kun je herschrijven tot de vorm  $N = c \cdot R^{3,4}$ .

- 4p **8** Bepaal  $c$  in één decimaal nauwkeurig.

## Wind mee, wind tegen

Op de site buienradar.nl kun je verschillende weerkaarten bekijken. De kaarten bevatten actuele weergegevens zoals temperatuur, windkracht en windrichting. In de figuur hiernaast zie je de windkaart van Nederland op maandag 11 maart 2013 om 20:40 uur. Deze kaart is gebaseerd op gegevens van KNMI-meetstations die over Nederland zijn verspreid. Deze meetstations geven elke 10 minuten een nieuwe waarneming af.

In Nederland zijn er 53 officiële KNMI-meetstations.

- 2p **9** Bereken hoeveel waarnemingen er elke dag in totaal door de officiële meetstations aan het KNMI worden doorgegeven.

Als je in de ochtend van huis naar school fietst en in de middag terugfietst, kan de wind invloed hebben op je totale reistijd. Hoe dat zit, onderzoeken we in de rest van deze opgave.

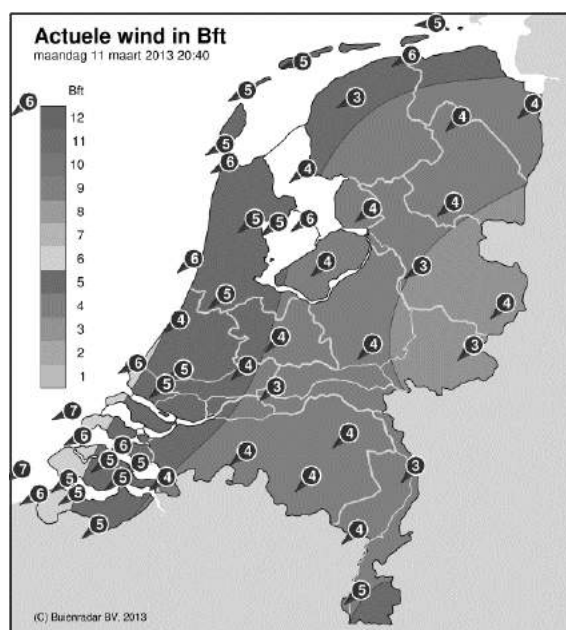
Sylvia woont 10 km van school. Zij fietst elke schooldag. We gaan ervan uit dat als er geen wind is, haar snelheid constant 20 km/u is. Haar totale reistijd is op zo'n schooldag dus 1 uur.

Meestal waait het echter. We veronderstellen dat Sylvia altijd wind mee heeft op de heenweg en wind tegen op de terugweg en dat de wind de hele dag constant is. Dan is Sylvia's snelheid op de heenweg  $20 + w$  km/u en op de terugweg  $20 - w$  km/u. Hierbij geldt  $0 \leq w < 20$ .

Op een dag geldt  $w = 5$ . Sylvia's totale reistijd is die dag langer dan 1 uur.

- 4p **10** Bereken hoeveel minuten haar totale reistijd die dag langer is dan 1 uur.

figuur



Sylvia's totale reistijd  $T$  in uren wordt gegeven door de formule:

$$T = \frac{400}{400 - w^2}$$

Op een dag is Sylvia's totale reistijd 1 uur en 20 minuten.

3p **11** Bereken de waarde van  $w$  op die dag.

Met de formule voor Sylvia's totale reistijd kun je zonder te rekenen beredeneren dat haar totale reistijd op een dag met wind groter is dan op een dag zonder wind.

3p **12** Geef zo'n redenering.

Als Sylvia onderweg pech heeft en de reparatie 1 uur kost, wordt haar totale reistijd 1 uur langer.

Haar totale reistijd wordt dan  $T = \frac{400}{400 - w^2} + 1$

3p **13** Herleid deze formule tot één breuk.

## Centre Pompidou Metz

In de Franse plaats Metz staat het tentoonstellingsgebouw Centre Pompidou Metz. Zie foto 1.

**foto 1**



In dit gebouw zijn drie even grote tentoonstellingsruimtes aangebracht: A, B en C. Deze tentoonstellingsruimtes hebben elk de vorm van een balk en zijn aan de buitenkant 80 meter lang, 16 meter breed en 7 meter hoog.

Op foto 2 zie je een maquette van het gebouw. In deze maquette zijn de tentoonstellingsruimtes 12 cm breed.

**foto 2**



- 4p **14** Bereken de inhoud van een tentoonstellingsruimte in de maquette in  $\text{cm}^3$ . Je mag hierbij uitgaan van de buitenmaten van de tentoonstellingsruimte.

Twee van de tentoonstellingsruimtes (A en B) steken op verschillende hoogtes door het dak. De derde ruimte (C) is aan de voorzijde onder het dak aangebracht. Of dat aan de achterzijde ook het geval is, is op de foto's niet te zien.

Het bovenaanzicht van het dak is zeshoekig. Voor het vervolg nemen we aan dat dit bovenaanzicht een regelmatige zeshoek is met zijden van 45 meter. Dit bovenaanzicht is op de uitwerkbijlage op schaal 1:1000 getekend.

De balk (van tentoonstellingsruimte) C zou in de huidige positie niet helemaal onder zo'n dak passen, maar wellicht wel als de balk C horizontaal gedraaid wordt. Je kunt dit nagaan door te onderzoeken of het bovenaanzicht van de balk past in het bovenaanzicht van het dak.

- 3p **15** Onderzoek door op schaal 1:1000 te tekenen of het mogelijk is om ruimte C in zijn geheel onder het dak te plaatsen. Maak hierbij gebruik van de uitwerkbijlage.



Vanuit één van de tentoonstellingsruimtes is foto 3 genomen. Daarop is in de verte de kathedraal van Metz te zien. Deze staat evenwijdig aan de gevel van de tentoonstellingsruimte. De lengte van de kathedraal is met een pijl aangegeven. Deze kathedraal is 136 meter lang.

### foto 3



Bij het maken van deze foto stond de fotograaf op 10 meter van het raam, precies recht voor het midden van de getekende pijl.

De afstand tussen twee opeenvolgende verticale spijlen van het raam is precies 2 meter.

Door te werken met verhoudingen is het nu mogelijk te berekenen dat de afstand tussen de kathedraal en de fotograaf ongeveer 1 km is.

4p 16 Geef een dergelijke berekening. Licht je werkwijze toe.

Op foto 3 is niet het hele raam te zien. Ook de rechterzijwand van de ruimte staat er niet op. Op de bijlage is de situatie van foto 3 in een perspectieftekening getekend. Deze tekening is nog niet af. Op de tekening moeten het volledige raam en de rechterzijwand getekend worden. Het raam bestaat uit 7 gelijke delen en de rechterzijwand begint direct naast het raam.

3p 17 Maak de perspectieftekening op de bijlage af.

## Muziek op cd's

---

Om muziek digitaal op een cd op te kunnen slaan worden geluidstrillingen omgezet in getallen. Elk getal wordt vervolgens weergegeven als een rijtje nullen en enen.

Een rijtje van acht bits, dus acht keer een 0 of een 1, heet een byte. Het getal 18 bijvoorbeeld wordt daarbij weergegeven als 00010010.

- 3p **18** Bereken hoeveel verschillende rijtjes van 8 bits er mogelijk zijn.

Voor veel muziek is het gebruikelijk om een seconde muziek vast te leggen in 44 100 rijtjes van 16 bits (van 2 bytes dus). Voor stereomuziek wordt het aantal rijtjes nog verdubbeld omdat er zowel voor de linker- als voor de rechterluidspreker een rijtje wordt vastgelegd.

De opslagcapaciteit van een cd is 783 megabyte (MB), waarbij we ervan uitgaan dat 1 megabyte 1 000 000 bytes is.

- 4p **19** Bereken hoeveel minuten stereomuziek in theorie op een cd kan worden opgeslagen.

Om rijtjes van 8 bits op een cd te zetten, vormt men elk rijtje van 8 bits om tot een code van 14 bits. Dit vermindert de foutgevoeligheid. Een voorbeeld van zo'n code van 14 bits is 10010010000000.

Aan deze codes wordt de eis gesteld dat tussen twee enen minstens twee nullen staan. Een code als 00101000000100 kan dus niet als code voorkomen omdat er tussen de eerste twee enen slechts één nul staat.

Door deze eis kan een code maximaal vijf enen bevatten.

- 3p **20** Leg uit waarom een code **niet** zes enen kan bevatten.

De verkoop van cd's is de laatste jaren sterk aan het dalen. Een belangrijke reden van deze terugloop is de mogelijkheid om muziek te downloaden van het internet.

We zoeken een model waarmee we de toekomstige cd- en download-verkoop kunnen beschrijven. Een model dat redelijk past bij de gegevens tot nu toe wordt gegeven door de onderstaande formules:

$$\begin{cases} C_{n+1} = 0,91 \cdot C_n \\ C_0 = 18,0 \end{cases}$$

en

$$\begin{cases} D_{n+1} = 0,0526 \cdot D_n \cdot (38,012 - D_n) \\ D_0 = 0,7 \end{cases}$$

Hierbij is  $C_n$  het aantal verkochte cd's in miljoenen in jaar  $n$  en  $D_n$  het aantal downloadverkoppen in miljoenen in jaar  $n$ , met  $n = 0$  is het jaar 2008.

Volgens het model zal de downloadverkoop in 2013 voor het eerst groter zijn dan de cd-verkoop.

- 4p 21 Bereken hoeveel procent meer downloadverkoppen dan cd-verkoppen er in 2013 volgens het model zijn.

Volgens het model voor  $D_n$  zal het aantal downloadverkoppen stijgen naar een bepaalde grenswaarde.

- 3p 22 Onderzoek hoe groot deze grenswaarde is.

**Let op: de laatste vragen van dit examen staan op de volgende pagina.**

## Shoppen

---

Vier vriendinnen, Julia, Lotte, Roos en Sofie, gaan een middagje shoppen. Aan het eind van de middag hebben ze alle vier twee verschillende aankopen gedaan. Sommige meisjes kochten een paar schoenen.

Op basis van het bovenstaande bleek de volgende uitspraak waar te zijn:

'Als een meisje geen schoenen kocht, dan had ze bruin haar.'

Bovenstaande zin kunnen we met symbolen als volgt weergeven:

$$(\neg P) \Rightarrow Q$$

- 3p **23** Beschrijf in gewoon Nederlands de uitspraak  $(\neg Q) \Rightarrow P$  en geef aan of deze uitspraak waar of onwaar is.

Er zijn meer ware uitspraken over het middagje shoppen. Hieronder staan ze allemaal.

- 1 Drie van hen hebben een paar schoenen gekocht.
- 2 Er is precies één meisje met bruin haar en zij kocht geen schoenen.
- 3 Slechts één meisje kocht een jas.
- 4 Twee meisjes kochten een rokje, één van hen had rood haar.
- 5 De zwartharige Lotte en het blonde meisje kochten allebei een broek.
- 6 Julia kocht niets dat Roos of het zwartharige meisje kocht.

We kunnen nu concluderen dat het meisje met het bruine haar Julia moet zijn.

- 4p **24** Leg uit dat het meisje met het bruine haar Julia moet zijn.