Correctievoorschrift VWO

2017

tijdvak 2

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Aanleveren scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VO.
Voorts heeft het College voor Toetsen en Examens op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet College voor toetsen en examens de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende aspecten van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit VO van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de directeur van de school van de gecommitteerde toekomen. Deze stelt het ter hand aan de gecommitteerde.

3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Toetsen en Examens.
De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het behaalde aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke corrector aanwijzen. De beoordeling van deze derde corrector komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Toetsen en Examens van toepassing:
1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het bij de toets behorende correctievoorschrift. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Toetsen en Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden met inachtneming van het correctievoorschrift toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het College voor Toetsen en Examens heeft de correctievoorschriften bij regeling vastgesteld. Het correctievoorschrift is een zogeheten algemeen verbindend voorschrift en valt onder wet- en regelgeving die van overheidswege wordt verstrekt. De corrector mag dus niet afwijken van het correctievoorschrift.

NB2 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB3 Als het College voor Toetsen en Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift. Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB
Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift te laat zou komen.
In dat geval houdt het College voor Toetsen en Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 71 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt 1 scorepunt in mindering gebracht tot het maximum van het aantal scorepunten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de grafische rekenmachine gebruiken. Bij de betreffende vragen geven de kandidaten een toelichting waaruit blijkt hoe zij de GR hebben gebruikt.

3a Als bij een vraag doorgerekend wordt met tussenantwoorden die afgerond zijn, en dit leidt tot een ander eindantwoord dan wanneer doorgerekend is met niet-afgeronde tussenantwoorden, wordt bij de betreffende vraag één scorepunt in mindering gebracht. Tussenantwoorden mogen wel afgerond genoteerd worden.

3b Uitzondering zijn die gevallen waarin door de context wordt bepaald dat tussenantwoorden moeten worden afgerond.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Twee machten van 2

1 maximumscore 5

- $f'(x) = \ln(2) \cdot 2^x + \ln(2) \cdot 2^{-2x} \cdot -2$ — 2
- Uit $f'(x) = 0$ volgt dat $2^x = 2 \cdot 2^{-2x}$ — 1
- Dus $2^{3x} = 2$ (of $2^x = 2^{-2x+1}$) — 1
- Hieruit volgt $x = \frac{1}{3}$ — 1

2 maximumscore 5

- Een primitieve van 2^x is $\frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^x$ — 1
- Een primitieve van 2^{-2x} is $\frac{1}{\ln(2)} \cdot 2^{-2x} \cdot \frac{1}{-2}$ — 1
- De oppervlakte tussen de grafiek van *f* en de *x*-as is
  $\left(\frac{2}{\ln(2)} - \frac{1}{8\ln(2)}\right) - \left(\frac{1}{2\ln(2)} - \frac{4}{2\ln(2)}\right)$ ($\approx 4{,}869$) — 2
- De oppervlakte van het rechthoekige gebied is $2k$, dus de gevraagde waarde van *k* is 2,43 — 1

De stelling van Ptolemaeus

3 maximumscore 4

- $\angle ABC = 180° - \angle ADC$; *koordenvierhoek* 1
- $\angle ABC = 180° - \angle CBP$; *gestrekte hoek* 1
- Dus $\angle ADC = \angle CBP$ 1
- (Ook geldt $\angle ACD = \angle PCB$, dus) $\Delta ACD \sim \Delta PCB$; *hh* 1

4 maximumscore 4

- $\angle CAB = \angle CDB$; *constante hoek* 1
- $\angle DCB = \angle ACD + \angle ACB$ en $\angle ACP = \angle ACB + \angle PCB$ 1
- Wegens $\angle ACD = \angle PCB$ geldt $\angle DCB = \angle ACP$ 1
- Dus $\Delta BCD \sim \Delta PCA$; *hh* 1

of

- $\angle CBD = \angle CAD$; *constante hoek* 1
- Uit de vorige vraag volgt $\angle CAD = \angle CPB$, dus $\angle CBD = \angle CPB$ 1
- $\angle CDB = \angle CAB$; *constante hoek* 1
- Dus $\Delta BCD \sim \Delta PCA$; *hh* 1

5 maximumscore 4

- Uit $\Delta ACD \sim \Delta PCB$ volgt $BP \cdot CD = AD \cdot BC$ 1
- Hieruit volgt $BP = \dfrac{AD \cdot BC}{CD}$ en uit de gegeven uitdrukking volgt $AP = \dfrac{AC \cdot BD}{CD}$ 1
- $AP = AB + BP$, dus $\dfrac{AC \cdot BD}{CD} = AB + \dfrac{AD \cdot BC}{CD}$ 1
- Dit geeft $AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$ 1

of

- Uit $\Delta ACD \sim \Delta PCB$ volgt $BP \cdot CD = AD \cdot BC$ 1
- (Wegens $AP \cdot CD = AC \cdot BD$ en $AP = AB + BP$ geldt) $AC \cdot BD = (AB + BP) \cdot CD$ 1
- Dit geeft $AC \cdot BD = AB \cdot CD + BP \cdot CD$ 1
- Wegens $BP \cdot CD = AD \cdot BC$ geeft dit $AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$ 1

of

- Uit $\Delta ACD \sim \Delta PCB$ volgt $BP \cdot CD = AD \cdot BC$ 1
- (Wegens $AP \cdot CD = AC \cdot BD$ geldt) $AP \cdot CD - BP \cdot CD = AC \cdot BD - AD \cdot BC$ 1
- Het linkerlid is gelijk aan $(AP - BP) \cdot CD = AB \cdot CD$ 1
- Samen geeft dit $AB \cdot CD = AC \cdot BD - AD \cdot BC$, dus $AC \cdot BD = AB \cdot CD + AD \cdot BC$ 1

Straal van een waterstraal

6 maximumscore 5

- Er geldt $v^2 = v_0{}^2 + 2gh_0 - 2gh$ (uit formule 1) 1
- Dit is gelijk aan $v_0{}^2 + 2g(h_0 - h) = v_0{}^2 + 2gx$ 1
- Ook geldt $r^2 = r_0{}^2 \cdot \dfrac{v_0}{v}$ (uit formule 2) 1
- Combineren geeft $r^2 = r_0{}^2 \cdot \dfrac{v_0}{\sqrt{v_0{}^2 + 2gx}}$ 1
- $r^2 = r_0{}^2 \cdot \sqrt{\dfrac{v_0{}^2}{v_0{}^2 + 2gx}}$ dus (omdat r en r_0 beide positief zijn)

  $r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{v_0{}^2}{v_0{}^2 + 2gx}}$ 1

of

- Er geldt $v^2 = v_0{}^2 + 2gh_0 - 2gh$ (uit formule 1) 1
- Dit is gelijk aan $v_0{}^2 + 2g(h_0 - h) = v_0{}^2 + 2gx$ 1
- Uit formule 2 volgt $r_0{}^4 \cdot v_0{}^2 = r^4 \cdot v^2$ en dus $r^4 = \dfrac{r_0{}^4 \cdot v_0{}^2}{v^2}$ 1
- Dit combineren met $v^2 = v_0{}^2 + 2gx$ geeft $r^4 = r_0{}^4 \cdot \dfrac{v_0{}^2}{v_0{}^2 + 2gx}$ 1
- Dan (omdat r en r_0 beide positief zijn) volgt $r = r_0 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{v_0{}^2}{v_0{}^2 + 2gx}}$ 1

7 maximumscore 5

- De inhoud is gelijk aan $\pi \cdot \int_0^{0,3} r^2 \, \mathrm{d}x$ 1
- $r = 0,01 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{0,5^2}{0,5^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot x}}$ 1
- Beschrijven hoe $\pi \cdot \int_0^{0,3} \left(0,01 \cdot \sqrt[4]{\dfrac{0,5^2}{0,5^2 + 2 \cdot 9,81 \cdot x}} \right)^2 \mathrm{d}x$ berekend kan worden 1
- Dit geeft $3,2 \cdot 10^{-5}$ (m^3) 1
- Het antwoord 32 (cm^3) (of 0,000032 m^3) 1

Vraag	Antwoord	Scores

Sinus en het kwadraat van sinus

8 maximumscore 5

- De oppervlakte van V is $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left(\sin(x) - \sin^2(x)\right) \, dx$ 1
- Een primitieve van $\sin(x)$ is $-\cos(x)$ 1
- ($\sin^2(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos(2x)$, dus) een primitieve van $\sin^2(x)$ is $\frac{1}{2}x - \frac{1}{4}\sin(2x)$ 2
- $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \left(\sin(x) - \sin^2(x)\right) \, dx = \left[-\cos(x) - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}\sin(2x)\right]_0^{\frac{1}{2}\pi} = 1 - \frac{1}{4}\pi$ 1

of

- Een primitieve van $\sin(x)$ is $-\cos(x)$ 1
- $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} \sin(x) \, dx = -\cos(\frac{1}{2}\pi) + \cos(0) = 1$ 1
- (De grafiek van g is puntsymmetrisch in $(\frac{1}{4}\pi, \frac{1}{2})$ dus) $\int_0^{\frac{1}{2}\pi} g(x) \, dx = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\pi \cdot 1 = \frac{1}{4}\pi$ 2
- Dus de oppervlakte van V is $1 - \frac{1}{4}\pi$ 1

9 maximumscore 6

- De lengte van lijnstuk AB is $\sin(p) - \sin^2(p)$ 1
- De afgeleide van $\sin(p) - \sin^2(p)$ is $\cos(p) - 2\sin(p)\cos(p)$ 2
- $\cos(p) - 2\sin(p)\cos(p) = 0$ geeft $\cos(p) = 0$ of $1 - 2\sin(p) = 0$ 1
- AB is maximaal als $\sin(p) = \frac{1}{2}$ (voor $\cos(p) = 0$ is AB minimaal) 1
- Het antwoord: $\frac{1}{4}$ 1

De vergelijking van Arrhenius

10 maximumscore 4

- Uit de vergelijking van Arrhenius volgt $\frac{k}{A} = \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}$ 1
- $-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right) = \ln\left(\frac{k}{A}\right)$ 1
- $\frac{E}{8{,}314T} = -\ln\left(\frac{k}{A}\right)$ $\left(= \ln\left(\left(\frac{k}{A}\right)^{-1}\right)\right)$ $= \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1
- Dus $E = 8{,}314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

of

- Uit de vergelijking van Arrhenius volgt $\ln(k) = \ln\left(A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}\right)$ 1
- $\ln(k) = \ln(A) - \frac{E}{8{,}314T}$ 1
- $\frac{E}{8{,}314T} = \ln(A) - \ln(k) = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1
- Dus $E = 8{,}314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1

of

- Als $E = 8{,}314T \cdot \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ dan moet gelden $\frac{E}{8{,}314T} = \ln\left(\frac{A}{k}\right)$ 1
- Dan is $\frac{E}{8{,}314T} = \ln(A) - \ln(k)$ 1
- Dus $\ln(k) = \ln(A) + \frac{-E}{8{,}314T} = \ln(A) + \ln\left(\mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}\right)$ 1
- Dus $\ln(k) = \ln\left(A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314T}\right)}\right)$ (en dat komt overeen met de gegeven formule) 1

11 maximumscore 3

- Er moet gelden $8{,}314 \cdot 500 \cdot \ln\left(\dfrac{A}{2{,}7 \cdot 10^{-2}}\right) = 8{,}314 \cdot 550 \cdot \ln\left(\dfrac{A}{2{,}4 \cdot 10^{-1}}\right)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van E is $1{,}0 \cdot 10^5$ (J/mol) 1

of

- $2{,}7 \cdot 10^{-2} = A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314 \cdot 500}\right)}$ en $2{,}4 \cdot 10^{-1} = A \cdot \mathrm{e}^{-\left(\frac{E}{8{,}314 \cdot 550}\right)}$ dus
  $\dfrac{2{,}7 \cdot 10^{-2}}{2{,}4 \cdot 10^{-1}} = \mathrm{e}^{\frac{-E}{8{,}314 \cdot 500}} : \mathrm{e}^{\frac{-E}{8{,}314 \cdot 550}}$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- De gevraagde waarde van E is $1{,}0 \cdot 10^5$ (J/mol) 1

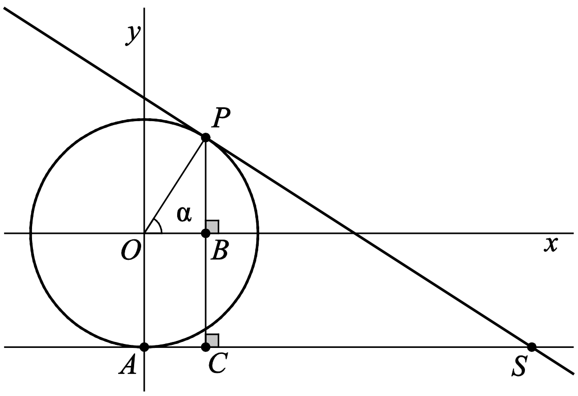
Op een cirkel

12 maximumscore 7

- $-\dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in P 1
- Een vergelijking van de raaklijn in P is
  $y - \sin(\alpha) = -\dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot (x - \cos(\alpha))$ 2
- Snijden met de raaklijn in A geeft $-1 - \sin(\alpha) = -\dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} \cdot (x - \cos(\alpha))$ 1
- $-\dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)} x = -1 - \sin(\alpha) - \dfrac{\cos^2(\alpha)}{\sin(\alpha)} = \dfrac{-\sin(\alpha) - \sin^2(\alpha) - \cos^2(\alpha)}{\sin(\alpha)} =$
  $= \dfrac{-\sin(\alpha) - 1}{\sin(\alpha)}$ 2
- $x = \dfrac{-\sin(\alpha) - 1}{\sin(\alpha)} \cdot -\dfrac{\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \dfrac{1 + \sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ 1

of

- De loodlijn vanuit P op de x-as snijdt de x-as in B en lijn AS in C, dan zijn de driehoeken OBP en PCS gelijkvormig (want (wegens $\angle OPB + \angle CPS = 90°$; *raaklijn* en $\angle CSP + \angle CPS = 90°$; *hoekensom driehoek* geldt) $\angle OPB = \angle CSP$ en $\angle OBP = \angle PCS$; *hh*) 2
- Dus $\dfrac{CS}{BP} = \dfrac{PC}{OB}$ 1
- Dit geeft $\dfrac{CS}{\sin(\alpha)} = \dfrac{\sin(\alpha)+1}{\cos(\alpha)}$ 1
- $CS = \dfrac{\sin^2(\alpha)+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ 1
- Voor de x-coördinaat van S geldt $x = \cos(\alpha) + \dfrac{\sin^2(\alpha)+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ 1
- $x = \dfrac{\cos^2(\alpha)+\sin^2(\alpha)+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = \dfrac{1+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ 1



of

- De driehoeken OAS en OPS zijn congruent ($OP = OA$; $\angle OAS = \angle OPS = 90°$; $OS = OS$; ZZR) en dus $SA = SP$ 1
- Dus voor de x-coördinaat van S geldt $x = \sqrt{(x-\cos(\alpha))^2 + (1+\sin(\alpha))^2}$ 2
- Dit geeft $x^2 = x^2 - 2x\cdot\cos(\alpha) + \cos^2(\alpha) + 1 + 2\sin(\alpha) + \sin^2(\alpha)$ 2
- Hieruit volgt $2x\cdot\cos(\alpha) = 2 + 2\sin(\alpha)$ 1
- Dus $x = \dfrac{2+2\sin(\alpha)}{2\cos(\alpha)} = \dfrac{1+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ 1

13 maximumscore 8

- (De coördinaten van Q zijn $(-\cos(\alpha), \sin(\alpha))$, dus) $PQ = 2\cos(\alpha)$ 1
- $AS = \dfrac{1+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)}$ dus uit $AS = PQ$ volgt $\dfrac{1+\sin(\alpha)}{\cos(\alpha)} = 2\cos(\alpha)$ 1
- Dit herleiden tot $2\sin^2(\alpha) + \sin(\alpha) - 1 = 0$ 1
- $(2\sin(\alpha) - 1)(\sin(\alpha) + 1) = 0$ geeft $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ of $\sin(\alpha) = -1$ 1
- Dan volgt (omdat $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) $\alpha = \frac{1}{6}\pi$ 1
- $AS = PQ = (2 \cdot \cos(\frac{1}{6}\pi) =)\ \sqrt{3}$ 1
- $Q\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ en $A\left(0, -1\right)$ dus $AQ = \sqrt{3}$ 1
- (AS en PQ zijn evenwijdig en even lang, dus $AQ = PS$ en dus) de omtrek van $ASPQ$ is $4\sqrt{3}$ 1

of

- (De coördinaten van Q zijn $(-\cos(\alpha), \sin(\alpha))$, dus) de richtingscoëfficiënt van AQ is $\dfrac{\sin(\alpha)+1}{-\cos(\alpha)}$ en de richtingscoëfficiënt van de raaklijn in P is $-\dfrac{\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ 1
- (De lijnstukken PQ en AS zijn evenwijdig en even lang, dus lijnstuk AQ is evenwijdig aan de raaklijn aan de cirkel in P ofwel) $\dfrac{\sin(\alpha)+1}{-\cos(\alpha)} = \dfrac{-\cos(\alpha)}{\sin(\alpha)}$ 1
- Dit herleiden tot $2\sin^2(\alpha) + \sin(\alpha) - 1 = 0$ 1
- $(2\sin(\alpha) - 1)(\sin(\alpha) + 1) = 0$ geeft $\sin(\alpha) = \frac{1}{2}$ of $\sin(\alpha) = -1$ 1
- Dan volgt (omdat $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) $\alpha = \frac{1}{6}\pi$ 1
- $AS = PQ = (2 \cdot \cos(\frac{1}{6}\pi) =)\ \sqrt{3}$ 1
- $Q\left(-\frac{1}{2}\sqrt{3}, \frac{1}{2}\right)$ en $A\left(0, -1\right)$ dus $AQ = \sqrt{3}$ 1
- (AS en PQ zijn evenwijdig en even lang, dus $AQ = PS$ en dus) de omtrek van $ASPQ$ is $4\sqrt{3}$ 1

Opmerking
Als bij de beantwoording van deze vraag gebruik is gemaakt van de raaklijneigenschap (dus $PS = AS$) zonder deze expliciet te noemen, hiervoor 1 scorepunt in mindering brengen.

Middelloodlijn en koordenvierhoek

14 maximumscore 6

- $\angle ACS\ (= \angle ACB) = \frac{1}{2}\angle AMB$; *omtrekshoek* 1
- $AR = BR$ en $\angle ARM = \angle BRM\,(= 90°)$; *middelloodlijn* 1
- ($MR = MR$,) dus $\Delta AMR \cong \Delta BMR$; *ZHZ* 1
- Hieruit volgt $\angle AMR = \angle BMR$, dus $\angle AMR = \frac{1}{2}\angle AMB$ 1
- $\angle AMS = 180° - \angle AMR$; *gestrekte hoek* 1
- $\angle ACS + \angle AMS = \frac{1}{2}\angle AMB + 180° - \frac{1}{2}\angle AMB = 180°$ dus $AMSC$ is een koordenvierhoek (; *koordenvierhoek*) 1

of

- $\angle ACS\ (= \angle ACB) = \frac{1}{2}\angle AMB$; *omtrekshoek* 1
- $AM = BM$; *middelloodlijn* of *straal* 1
- $\angle ARM = \angle BRM = 90°$ (en $MR = MR$), dus $\Delta AMR \cong \Delta BMR$; *ZZR* 1
- Hieruit volgt $\angle AMR = \angle BMR$, dus $\angle AMR = \frac{1}{2}\angle AMB$ 1
- $\angle AMS = 180° - \angle AMR$; *gestrekte hoek* 1
- $\angle ACS + \angle AMS = \frac{1}{2}\angle AMB + 180° - \frac{1}{2}\angle AMB = 180°$ dus $AMSC$ is een koordenvierhoek (; *koordenvierhoek*) 1

of

- $AM = CM$, dus $\angle MAC = \angle MCA$; *cirkel, gelijkbenige driehoek* 1
- $\angle AMC = 180° - 2\angle MAC$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle ABC = \frac{1}{2}\angle AMC$; *omtrekshoek* 1
- Dus $\angle MAC = 90° - \frac{1}{2}\angle AMC = 90° - \angle ABC$ 1
- $\angle MSC (= \angle RSC) = \angle BRS + \angle RBS = 90° + \angle ABC$; *buitenhoek driehoek, middelloodlijn* 1
- $\angle MAC + \angle MSC = 180°$ dus $AMSC$ is een koordenvierhoek (; *koordenvierhoek*) 1

of

- $\angle ACS\ (= \angle ACB) = \frac{1}{2}\angle AMB$; *omtrekshoek* 1
- $AM = BM$; *middelloodlijn* of *straal* 1
- ($MR = MR$ en) $AR = BR$ dus $\Delta AMR \cong \Delta BMR$; *ZZZ* 1
- $\angle AMB = 180° - 2 \cdot \angle MAB$, dus $\angle ACS = 90° - \angle MAB$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle AMS = \angle ARM + \angle RAM = 90° + \angle RAM$ ($= 90° + \angle BAM$) ; *buitenhoek driehoek* 1
- $\angle ACS + \angle AMS = 90° - \angle MAB + 90° + \angle BAM = 180°$ dus $AMSC$ is een koordenvierhoek (; *koordenvierhoek*) 1

of

- Het verlengde van AM snijdt de cirkel in een punt D, dan is AD een middellijn 1
- $\angle ABD = 90^\circ$; *Thales* 1
- $\angle ADB = \angle AMR$; *F-hoeken* 1
- $\angle AMR + \angle AMS = 180^\circ$; *gestrekte hoek* 1
- $\angle ADB = \angle ACB\ (= \angle ACS)$; *constante hoek* 1
- $\angle ACS + \angle AMS = 180^\circ$ dus $AMSC$ is een koordenvierhoek (; *koordenvierhoek*) 1

5 Aanleveren scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per examinator in de applicatie Wolf.
Accordeer deze gegevens voor Cito uiterlijk op 26 juni.