

Correctievoorschrift VWO

2013

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:

- 1 Regels voor de beoordeling
- 2 Algemene regels
- 3 Vakspecifieke regels
- 4 Beoordelingsmodel
- 5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.

Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

- 1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinerator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinerator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
- 2 De directeur doet de van de examinerator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommiteerde toekomen.
- 3 De gecommiteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommiteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommiteerde.

- 4 De examinerator en de gecommiteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
- 5 Indien de examinerator en de gecommiteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommiteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinerator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommiteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommiteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

- 1 De examinerator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
- 2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinerator en door de gecommiteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
- 3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
 - 3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
 - 3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
 - 3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
 - 3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
 - 3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
 - 3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
 - 3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
 - 3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

- 3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.
- 4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
 - 5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
 - 7 Indien de examinerator of de gecommiteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
 - 8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
 - 9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.
- NB1 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.
- NB2 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.
Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:
- NB
- a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
 - b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt. In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 79 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

- 1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.
- 2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

De vergelijking van Antoine

1 maximumscore 4

- $\log 1 = 0$, dus $0 = 4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}$ 1
- Dit geeft $\frac{1144}{T - 53,15} = 4,146$, dus $T - 53,15 = \frac{1144}{4,146}$ 1
- Hieruit volgt $T = 53,15 + \frac{1144}{4,146}$ ($\approx 329,1$) 1
- Het antwoord 329 (kelvin) 1

2 maximumscore 3

- Als T toeneemt, neemt $T - 53,15$ toe en (omdat $T > 53,15$) neemt $\frac{1144}{T - 53,15}$ af 1
- Dan neemt $4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}$ toe, dus $\log P$ neemt toe 1
- Als $\log P$ toeneemt, neemt ook P toe (dus de functie is stijgend) 1

3 maximumscore 3

- $P = 10^{4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}}$ 1
- Beschrijven hoe de waarde van $\frac{dP}{dT}$ met de GR gevonden kan worden 1
- De gevraagde waarde van $\frac{dP}{dT}$ is 0,011 (bar/kelvin) 1

of

- $P = 10^{4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}}$ 1
- $\frac{dP}{dT} = 10^{4,146 - \frac{1144}{T - 53,15}} \cdot \ln 10 \cdot \frac{1144}{(T - 53,15)^2}$ 1
- ($T = 293$ invullen geeft) het antwoord 0,011 (bar/kelvin) 1

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

4 maximumscore 4

- $\log \frac{p}{750} = 4,146 - \frac{1144}{t + 273,15 - 53,15}$ 1

- Hieruit volgt $\log p - \log 750 = 4,146 - \frac{1144}{t + 273,15 - 53,15}$ 1

- $a = \log 750 + 4,146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1

- $b = 273,15 - 53,15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

of

- $\log(750P) = a - \frac{1144}{T - 273,15 + b}$ 1

- $\log P = a - \log 750 - \frac{1144}{T - 273,15 + b}$ 1

- $a - \log 750 = 4,146$ dus de gevraagde waarde van a is 7,02 1

- $-273,15 + b = -53,15$ dus de gevraagde waarde van b is 220 1

Vierkanten

5 maximumscore 4

- De oppervlakte van $OETS$ is $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2$ (of $1 + 2 \sin \alpha \cos \alpha$) 1
- $\sin\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}$ en $\cos\left(\frac{1}{6}\pi\right) = \frac{1}{2}\sqrt{3}$ 1
- De oppervlakte van $OETS$ is $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3}\right)^2 = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$ (of $1 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}\sqrt{3} = 1 + \frac{1}{2}\sqrt{3}$) 2

6 maximumscore 5

- Uit de gelijkvormigheid volgt $\frac{PQ}{CR} = \frac{GQ}{GR}$ 1
- $GR (= x_G - x_C) = \sin \alpha + 1$ (of: $GR = CT + GH = \sin \alpha + 1$) 1
- $CR (= y_C - y_G) = \sin \alpha + \cos \alpha - 1$
(of: $CR = HT = BE + BT - EH = \sin \alpha + \cos \alpha - 1$) 1
- $GQ (= x_G) = \sin \alpha + \cos \alpha + 1$
(of: $GQ = OF = OA + AE + EF = \sin \alpha + \cos \alpha + 1$) 1
- Dit invullen in $\frac{PQ}{CR} = \frac{GQ}{GR}$ en vervolgens vermenigvuldigen met $\sin \alpha + \cos \alpha - 1$ geeft de gevraagde formule 1

7 maximumscore 4

- $(\sin \alpha + \cos \alpha - 1)(\sin \alpha + \cos \alpha + 1) = \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1$ 2
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ dus $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha + 2 \sin \alpha \cos \alpha - 1 = 2 \sin \alpha \cos \alpha$ 1
- $2 \sin \alpha \cos \alpha = \sin(2\alpha)$ dus $PQ = \frac{\sin(2\alpha)}{\sin \alpha + 1}$ 1

8 maximumscore 6

- De hoogte van P is maximaal als PQ maximaal is 1
- $\frac{dPQ}{d\alpha} = \frac{2 \cos(2\alpha) \cdot (\sin \alpha + 1) - \sin(2\alpha) \cdot \cos \alpha}{(\sin \alpha + 1)^2}$ 2
- Als PQ maximaal is dan geldt $\frac{dPQ}{d\alpha} = 0$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden (voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) 1
- De gevraagde waarde van α is 0,67 (rad) 1

Vanuit een stomphoekige driehoek

9 maximumscore 4

- $\angle BCD = \angle BAD = 60^\circ$; *constante hoek* 1
- $\angle CBD = \angle CAD = 60^\circ$; *constante hoek* (of: $\angle BDC = 180^\circ - \angle BAC$; *koorden vierhoek*, dus $\angle BDC = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$) 1
- De resterende hoek van driehoek BCD is $180^\circ - 60^\circ - 60^\circ = 60^\circ$; *hoekensom driehoek* 1
- Dus driehoek BCD is gelijkzijdig (; *gelijkzijdige driehoek*) 1

10 maximumscore 5

- $EC = AC$ en $CB = CD$; *gelijkzijdige driehoeken* 1
- $\angle ECB = 60^\circ + \angle ACB = \angle ACD$ 1
- Dus $\triangle CEB \cong \triangle CAD$; *ZHZ* 1
- Hieruit volgt $AD = EB$ 1
- Dus $AD = (EB =) EA + AB = AC + AB$ 1

Opmerking

Als de congruentie van de driehoeken CEB en CAD is 'bewezen' met behulp van 'ZZH', maximaal 3 scorepunten voor deze vraag toekennen, want ZZH staat niet bij de verwijzingen naar definities en stellingen die bij een bewijs mogen worden gebruikt zonder nadere toelichting.

Vraag	Antwoord	Scores
-------	----------	--------

Een eivorm

11 maximumscore 4

- Opgelost moet worden de vergelijking $87x - 3x^2 - 2x^3 = 0$ 1
- Dit geeft $x = 0$ of $87 - 3x - 2x^2 = 0$ 1
- Uit $87 - 3x - 2x^2 = 0$ volgt $x = \frac{3 \pm \sqrt{705}}{-4}$ 1
- Het antwoord 5,89 (cm) 1

12 maximumscore 4

- De inhoud is $\frac{1}{36} \pi \int_0^{5,9} (87x - 3x^2 - 2x^3) dx$ 2
- Een primitieve van $87x - 3x^2 - 2x^3$ is $\frac{87}{2}x^2 - x^3 - \frac{1}{2}x^4$ 1
- De gevraagde inhoud is 61 (cm³) 1

Opmerking

In plaats van 5,9 mag ook een nauwkeuriger waarde van de bovengrens, bijvoorbeeld 5,89, genomen zijn.

13 maximumscore 4

- Er geldt $f(x) = f(4,3)$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- $x \approx 2,3$ 1
- Het antwoord 3,6 (cm) 1

Driehoek bij een vierdegradsfunctie

14 maximumscore 8

- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ 1
 - $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ 1
 - Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
 - Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ 1
 - $OA = AB$ als $x_A^2 + y_A^2 = (2x_A)^2$ 1
 - $y_A^2 = 3x_A^2$ geeft $\left(\frac{1}{p}\right)^2 = 3\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$ 1
 - (of: $x_A^2 + y_A^2 = (2x_A)^2$ geeft $\left(\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2 + \left(\frac{1}{p}\right)^2 = \left(2\sqrt{\frac{1}{p}}\right)^2$, dus $\frac{1}{p} + \frac{1}{p^2} = 4 \cdot \frac{1}{p}$) 1
 - Dit herleiden tot $3p^2 = p$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1
 - Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ 1
- of
- $f_p'(x) = 4x - 4px^3$ 1
 - $4x - 4px^3 = 0$ geeft $x = 0$ of $x^2 = \frac{1}{p}$ 1
 - Hieruit volgt $x_A = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
 - Dus $y_A = 2 \cdot \frac{1}{p} - p \cdot \frac{1}{p^2} = \frac{1}{p}$ 1
 - Dus $\frac{y_A}{x_A} = \sqrt{\frac{1}{p}}$ 1
 - Uit de symmetrie van de grafiek van f_p in de y -as volgt $OB = OA$, dus vanwege $OA = AB$ is driehoek OAB gelijkzijdig 1
 - Dus $\frac{y_A}{x_A} = \tan 60^\circ = \sqrt{3}$ 1
 - Het antwoord $p = \frac{1}{3}$ 1

Nulpunten, extremen en buigpunten

15 maximumscore 3

- $f'(x) = 2x \cdot e^x + (x^2 + 1) \cdot e^x$ 1
- $2x \cdot e^x + (x^2 + 1) \cdot e^x = (x^2 + 2x + 1) \cdot e^x$ 1
- $(x^2 + 2x + 1) \cdot e^x = (x + 1)^2 \cdot e^x$ 1

16 maximumscore 4

- $x^2 + 1 > 0$ en $e^x > 0$ voor alle x , dus $f(x) > 0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) 1
- $f'(x) = 0$ geeft $x = -1$ 1
- Laten zien (bijvoorbeeld met behulp van getallenvoorbeelden) dat $f'(x) > 0$ voor $x < -1$ en voor $x > -1$ 1
- Dan volgt: f is zowel links als rechts van $x = -1$ stijgend, dus f heeft geen extremen 1

of

- $x^2 + 1 > 0$ en $e^x > 0$ voor alle x , dus $f(x) > 0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) 1
- $f'(x)$ heeft alleen een nulpunt voor $x = -1$ 1
- Dit is een dubbel nulpunt 1
- $f'(x)$ wisselt niet van teken, dus f heeft geen extremen 1

of

- $x^2 + 1 > 0$ en $e^x > 0$ voor alle x , dus $f(x) > 0$ voor alle x (dus f heeft geen nulpunten) 1
- Voor alle x geldt $(x + 1)^2 \geq 0$ en $e^x > 0$, dus $f'(x) \geq 0$ 2
- $f'(x)$ wisselt niet van teken, dus f heeft geen extremen 1

17 maximumscore 4

- $f''(x) = 2(x + 1) \cdot e^x + (x + 1)^2 \cdot e^x$ 1
- Uit $f''(x) = 0$ volgt $x^2 + 4x + 3 = 0$ 1
- Dit geeft $(x + 3)(x + 1) = 0$ 1
- De x -coördinaten van de buigpunten zijn -1 en -3 1

Brandpunt gezocht

18 maximumscore 3

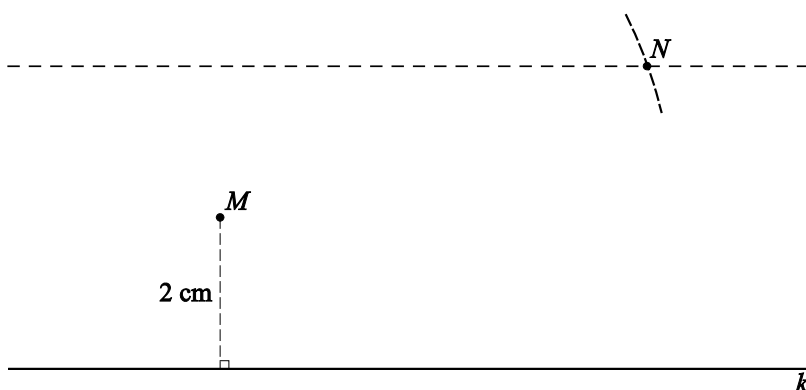
- $MR = MF$ (; cirkel), dus M ligt op de parabool met brandpunt F en richtlijn k (; parabool) 2
- $NS = NF$ (; cirkel), dus N ligt ook op de parabool met brandpunt F en richtlijn k (; parabool) 1

Opmerking

Als de kandidaat alleen bewijst dat punt N op de parabool ligt, hiervoor maximaal 2 scorepunten toekennen.

19 maximumscore 3

- N moet liggen op de lijn evenwijdig aan k op een afstand van 4 cm (aan dezelfde kant als M en rechts van M) 1
- Voor de plaats van N moet bovendien gelden $MN = 4 + 2 = 6$ cm (dus N ligt op de cirkel met middelpunt M en straal 6 cm) 1
- Tekenen van punt N (rechts van M) 1



5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.

Zend de gegevens uiterlijk op 3 juni naar Cito.