Correctievoorschrift VWO

2013

tijdvak 2

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB1 Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

NB2 Als het College voor Examens vaststelt dat een centraal examen een onvolkomenheid bevat, kan het besluiten tot een aanvulling op het correctievoorschrift.
Een aanvulling op het correctievoorschrift wordt zo spoedig mogelijk nadat de onvolkomenheid is vastgesteld via Examenblad.nl verstuurd aan de examensecretarissen.
Soms komt een onvolkomenheid pas geruime tijd na de afname aan het licht. In die gevallen vermeldt de aanvulling:

NB

a. Als het werk al naar de tweede corrector is gezonden, past de tweede corrector deze aanvulling op het correctievoorschrift toe.
b. Als de aanvulling niet is verwerkt in de naar Cito gezonden WOLF-scores, voert Cito dezelfde wijziging door die de correctoren op de verzamelstaat doorvoeren.

Een onvolkomenheid kan ook op een tijdstip geconstateerd worden dat een aanvulling op het correctievoorschrift ook voor de tweede corrector te laat komt. In dat geval houdt het College voor Examens bij de vaststelling van de N-term rekening met de onvolkomenheid.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 76 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Eerste- en derdegraadsfunctie

1 maximumscore 4

- Aangetoond moet worden dat $f'(0) = g'(0)$ — 1
- $f'(x) = 2x \cdot (x - 1\frac{1}{2}) + (x^2 - 1) \cdot 1$ — 1
- $f'(0) = -1$ — 1
- $g'(x) = -1$, dus $g'(0) = -1$ (dus de grafieken van f en g raken elkaar in A) — 1

2 maximumscore 6

- De grafiek van f snijdt de x-as tussen O en B in $(1, 0)$ — 1
- De oppervlakte van het linkerdeel is $\int_0^1 (x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2})\mathrm{d}x$ — 1
- $(x^2 - 1)(x - 1\frac{1}{2}) = x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ — 1
- Een primitieve van $x^3 - 1\frac{1}{2}x^2 - x + 1\frac{1}{2}$ is $\frac{1}{4}x^4 - \frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 1\frac{1}{2}x$ — 1
- De oppervlakte van het linkerdeel is $\frac{3}{4}$ — 1
- De oppervlakte van het rechterdeel is $\frac{1}{2} \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^2 - \frac{3}{4} = \frac{3}{8}$ (en dat is de helft van de oppervlakte van het linkerdeel) — 1

3 maximumscore 4

- ($h(x) = \dfrac{-\left(x - 1\frac{1}{2}\right)}{\left(x^2 - 1\right)\left(x - 1\frac{1}{2}\right)}$ dus) $h(x) = \dfrac{-1}{x^2 - 1}$ (voor $x \neq 1\frac{1}{2}$) — 1
- $\dfrac{-1}{\left(1\frac{1}{2}\right)^2 - 1} = \dfrac{-1}{1\frac{1}{4}} = -\frac{4}{5}$, dus de perforatie is $(1\frac{1}{2}, -\frac{4}{5})$ — 1
- ($x^2 - 1 = 0$ geeft $x = -1$ of $x = 1$, dus) de verticale asymptoten hebben vergelijkingen $x = -1$ en $x = 1$ — 1
- ($\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{-1}{x^2 - 1} = 0$, dus) de horizontale asymptoot heeft vergelijking $y = 0$ — 1

Verzadigingsgraad van hemoglobine

4 maximumscore 3

- De vergelijking $75 = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$ moet worden opgelost 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking met de GR kan worden opgelost 1
- Het antwoord: 42 (mmHg) 1

of

- De vergelijking $75 = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$ moet worden opgelost 1
- $75 = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$ geeft $100p^3 = 75p^3 + 1875000$ 1
- $25p^3 = 1875000$ geeft $p^3 = 75000$, dus $p = \sqrt[3]{75000} \approx 42$ (mmHg) 1

5 maximumscore 4

- $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \dfrac{300p^2(p^3 + 25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3 + 25000)^2}$ (dus $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \dfrac{7500000p^2}{(p^3 + 25000)^2}$) 2
- Beschrijven hoe de waarde van p waarvoor $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p}$ maximaal is, kan worden bepaald 1
- Het antwoord: 23 1

of

- $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \dfrac{300p^2(p^3 + 25000) - 100p^3 \cdot 3p^2}{(p^3 + 25000)^2}$ (dus $\dfrac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}p} = \dfrac{7500000p^2}{(p^3 + 25000)^2}$) 2
- $\dfrac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}p^2} = \dfrac{15000000p \cdot (p^3 + 25000)^2 - 7500000p^2 \cdot 6p^2(p^3 + 25000)}{(p^3 + 25000)^4}$ 1
- Algebraïsch of met GR $\dfrac{\mathrm{d}^2v}{\mathrm{d}p^2} = 0$ oplossen geeft het antwoord 23 (want uit de grafiek blijkt dat de afgeleide voor deze waarde van p maximaal is) 1

6 maximumscore 4

- Uit $\dfrac{v}{100 - v} = 0{,}00004p^3$ volgt $v = 0{,}00004p^3(100 - v)$ 1
- Dit geeft $25000v = 100p^3 - vp^3$ 1
- Hieruit volgt $25000v + vp^3 = 100p^3$ 1
- Daaruit volgt $v(25000 + p^3) = 100p^3$, dus $v = \dfrac{100p^3}{p^3 + 25000}$ 1

Vermenigvuldigen in horizontale en verticale richting

7 maximumscore 4

- Vermenigvuldigen ten opzichte van de x-as met e geeft de grafiek met vergelijking $y = \mathrm{e} \cdot \dfrac{1 + \ln x}{x}$ — 1
- Deze vermenigvuldigen ten opzichte van de y-as met $\frac{1}{\mathrm{e}}$ geeft de grafiek met vergelijking $y = \mathrm{e} \cdot \dfrac{1 + \ln(\mathrm{e}x)}{\mathrm{e}x}$ — 1
- $\mathrm{e} \cdot \dfrac{1 + \ln(\mathrm{e}x)}{\mathrm{e}x} = \dfrac{1 + \ln \mathrm{e} + \ln x}{x}$ — 1
- $c = 1 + \ln \mathrm{e} = 2$ — 1

of

- Op de grafiek van f ligt het punt $(1, 1)$ — 1
- Het beeld van dit punt na de twee vermenigvuldigingen is $(\frac{1}{\mathrm{e}}, \mathrm{e})$ — 1
- Dit punt ligt op de grafiek van g_c als $\mathrm{e} = \dfrac{c + \ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)}{\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right)}$ — 1
- $c + \ln\left(\frac{1}{\mathrm{e}}\right) = 1$ geeft $c = 2$ — 1

8 maximumscore 4

- De oppervlakte is $\displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (g_3(x) - f(x))\,\mathrm{d}x$ — 1
- $g_3(x) - f(x) = \dfrac{3 + \ln x}{x} - \dfrac{1 + \ln x}{x} = \dfrac{2}{x}$ — 1
- Een primitieve van $\dfrac{2}{x}$ is $2 \ln x$ — 1
- De oppervlakte is $2 \ln \mathrm{e} - 2 \ln 1 = 2$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Twee vierkanten tegen een driehoek

9 maximumscore 3

- $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2-p \\ -q \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{AD}$ is het beeld van $\overrightarrow{AB}$ bij een rotatie over een hoek van $90°$ linksom, dus $\overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} q \\ 2-p \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{OD} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AD} = \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} q \\ 2-p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p+q \\ 2-p+q \end{pmatrix}$ 1

of

- $y_D = y_A + (y_D - y_A) = y_A + (x_B - x_A)$ 1
- Dus $y_D = q + (2-p) = 2 - p + q$ 1
- Evenzo $x_D = x_A + (x_D - x_A) = p + q$ (dus $\overrightarrow{OD} = \begin{pmatrix} p+q \\ 2-p+q \end{pmatrix}$) 1

10 maximumscore 4

- $\overrightarrow{MA} = \frac{1}{2} \cdot \overrightarrow{BO} + \overrightarrow{OA} = \frac{1}{2} \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} p \\ q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p-1 \\ q \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{ED} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OE} = \begin{pmatrix} p+q \\ 2-p+q \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} p-q \\ p+q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2q \\ 2-2p \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{ED} = \begin{pmatrix} p-1 \\ q \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 2q \\ 2-2p \end{pmatrix}$ 1
- $\overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{ED} = 2pq - 2q + 2q - 2pq = 0$, dus MA staat loodrecht op ED 1

of

- De richtingscoëfficiënt van ED is $\dfrac{y_D - y_E}{x_D - x_E} = \dfrac{(2-p+q)-(p+q)}{(p+q)-(p-q)} = \dfrac{1-p}{q}$ 2
- De richtingscoëfficiënt van AM is $\dfrac{y_M - y_A}{x_M - x_A} = \dfrac{-q}{1-p}$ 1
- Het product van deze richtingscoëfficiënten is -1 (dus MA staat loodrecht op ED) 1

Een hartvormige kromme

11 maximumscore 6

- $x'(t) = -2\sin t + 2\sin(2t)$ 1
- $y'(t) = 2\cos t - 2\cos(2t)$ 1
- $v = \sqrt{\left(-2\sin t + 2\sin(2t)\right)^2 + \left(2\cos t - 2\cos(2t)\right)^2}$ 1
- Hieruit volgt $v = \sqrt{8 - 8\left(\sin t \cdot \sin(2t) + \cos t \cdot \cos(2t)\right)}$ 1
- Dus $v = \sqrt{8 - 8\cos(2t - t)} = \sqrt{8 - 8\cos t}$
  (of: $v = \sqrt{8 - 8\left(\sin t \cdot 2\sin t \cos t + \cos t \cdot \left(1 - 2\sin^2 t\right)\right)} = \sqrt{8 - 8\cos t}$) 1
- De maximale snelheid is $\sqrt{8 - 8 \cdot -1} = 4$ 1

12 maximumscore 6

- De vergelijking $2\cos t - \cos(2t) = 1$ moet worden opgelost 1
- Dit geeft $2\cos t - (2\cos^2 t - 1) = 1$ 1
- Hieruit volgt $\cos t - \cos^2 t = 0$ 1
- Dus $\cos t = 0$ of $\cos t = 1$ 1
- Dit geeft $t = 0$ of $t = \frac{1}{2}\pi$ of $t = 1\frac{1}{2}\pi$ of $t = 2\pi$ 1
- $y(\frac{1}{2}\pi) = 2$ (of $y(1\frac{1}{2}\pi) = -2$), dus $a = 2$ 1

Opmerking
Als de vergelijking $2\cos t - \cos(2t) = 1$ *niet algebraïsch maar met de GR is opgelost, voor deze vraag maximaal 1 scorepunt toekennen.*

De leeftijd van ons zonnestelsel

13 maximumscore 3

- Voor de halveringstijd t geldt $\mathrm{e}^{-\lambda t} = \frac{1}{2}$ — 1
- Hieruit volgt $-\lambda t = \ln \frac{1}{2}$ — 1
- $t = \dfrac{\ln \frac{1}{2}}{-\lambda} = \dfrac{\ln \frac{1}{2}}{-1{,}42 \cdot 10^{-11}}$, dus de gevraagde tijd is (ongeveer) 49 miljard (of $4{,}9 \cdot 10^{10}$) (jaar) — 1

14 maximumscore 3

- Uit $a(t) + b(t) = a(0) + b(0)$ volgt $a(t) + b(t) - a(0) = b(0)$ — 1
- Uit $a(t) = a(0) \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t}$ volgt $a(0) = a(t) \cdot \mathrm{e}^{\lambda t}$ — 1
- Dus $a(t) + b(t) - a(t) \cdot \mathrm{e}^{\lambda t} = b(0)$, ofwel $b(t) + \left(1 - \mathrm{e}^{\lambda t}\right) a(t) = b(0)$ — 1

of

- $b(t) + \left(1 - \mathrm{e}^{\lambda t}\right) a(t) = a(0) + b(0) - a(t) + \left(1 - \mathrm{e}^{\lambda t}\right) a(t)$ — 1
- $a(0) + b(0) - a(t) + \left(1 - \mathrm{e}^{\lambda t}\right) a(t) = a(0) + b(0) - a(t) \cdot \mathrm{e}^{\lambda t}$ — 1
- $a(0) + b(0) - a(t) \cdot \mathrm{e}^{\lambda t} = a(0) + b(0) - a(0) \cdot \mathrm{e}^{-\lambda t} \cdot \mathrm{e}^{\lambda t} = b(0)$ (dus $b(t) + \left(1 - \mathrm{e}^{\lambda t}\right) a(t) = b(0)$) — 1

15 maximumscore 4

- Invullen van de tabelgegevens geeft $0{,}739 + \left(1 - \mathrm{e}^{1{,}42 \cdot 10^{-11} \cdot t}\right) 0{,}60 = b(0)$ en $0{,}713 + \left(1 - \mathrm{e}^{1{,}42 \cdot 10^{-11} \cdot t}\right) 0{,}20 = b(0)$ — 1
- (Omdat $b(0)$ voor elke meteoriet hetzelfde is, geldt) $0{,}739 - \left(\mathrm{e}^{1{,}42 \cdot 10^{-11} \cdot t} - 1\right) 0{,}60 = 0{,}713 - \left(\mathrm{e}^{1{,}42 \cdot 10^{-11} \cdot t} - 1\right) 0{,}20$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: 4 miljard (of $4 \cdot 10^{9}$) (jaar) — 1

Raakcirkel en raaklijnen

16 maximumscore 6

- Een vergelijking van c_3 heeft de vorm $x^2 + (y-m)^2 = r^2$ — 1
- c_3 raakt c_1 dus $r = m - 3$ — 1
- c_3 raakt c_2 dus $r = \sqrt{m^2 + 225} - 12$ — 1
- $\sqrt{m^2 + 225} - 12 = m - 3$ geeft $\sqrt{m^2 + 225} = m + 9$ — 1
- Hieruit volgt $m^2 + 225 = m^2 + 18m + 81$, dus $m = 8$ — 1
- $r = 5$, dus een vergelijking van c_3 is $x^2 + (y-8)^2 = 25$ — 1

of

- De middelpunten van de cirkels zijn de hoekpunten van een rechthoekige driehoek — 1
- In deze driehoek geldt $(r+3)^2 + 15^2 = (r+12)^2$, met *r* de straal van c_3 — 1
- $r^2 + 6r + 9 + 225 = r^2 + 24r + 144$ — 1
- Hieruit volgt $r = 5$ — 1
- Dus het middelpunt van c_3 heeft coördinaten $(0, 8)$ — 1
- Een vergelijking van c_3 is $x^2 + (y-8)^2 = 25$ — 1

17 maximumscore 8

- Een van de gemeenschappelijke raaklijnen heeft vergelijking $x = 3$ — 1
- De andere gemeenschappelijke raaklijnen gaan door $(-k, 0)$ — 1
- Uit gelijkvormige driehoeken volgt $\frac{k}{3} = \frac{k+15}{12}$ — 2
- Hieruit volgt $k = 5$ — 1
- Een vergelijking voor de gemeenschappelijke raaklijn heeft de vorm $y = a(x+5)$ — 1
- $a = \pm\tan\varphi = \pm\frac{3}{\sqrt{5^2 - 3^2}} = \pm\frac{3}{4}$, waarbij φ de richtingshoek van de raaklijn is — 1
- Vergelijkingen zijn $y = \frac{3}{4}(x+5)$ en $y = -\frac{3}{4}(x+5)$ — 1

of

- Een van de gemeenschappelijke raaklijnen heeft vergelijking $x = 3$ — 1
- De andere gemeenschappelijke raaklijnen hebben een vergelijking van de vorm $y = ax + b$, dus $ax - y + b = 0$ — 1
- De lijn raakt c_1 en c_2 als $\frac{|b|}{\sqrt{a^2+1}} = 3$ en $\frac{|15a+b|}{\sqrt{a^2+1}} = 12$ — 2
- Hieruit volgt $4 \cdot |b| = |15a + b|$ — 1
- $15a + b = 4b$ of $15a + b = -4b$, dus $b = 5a$ of $b = -3a$ — 1
- $\frac{|-3a|}{\sqrt{a^2+1}} = 3$ geeft $a^2 = a^2 + 1$, en dat heeft geen oplossing — 1
- $\frac{|5a|}{\sqrt{a^2+1}} = 3$ geeft $25a^2 = 9(a^2+1)$, dus $a = \pm\frac{3}{4}$, met raaklijnen $y = \frac{3}{4}(x+5)$ en $y = -\frac{3}{4}(x+5)$ — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 21 juni naar Cito.