Correctievoorschrift VWO

2012

tijdvak 1

wiskunde-examens.nl heeft de aanvulling op dit correctievoorschrift in dit correctievoorschrift verwerkt.

Het correctievoorschrift in dit document is dus helemaal juist.

wiskunde B (pilot)

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft het College voor Examens (CvE) op grond van artikel 2 lid 2d van de Wet CvE de Regeling beoordelingsnormen en bijbehorende scores centraal examen vastgesteld.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de regeling van het College voor Examens van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;

3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal scorepunten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.
Evenmin is er een standaardformulier voorgeschreven voor de vermelding van de scores van de kandidaten.
Het vermelden van het schoolexamencijfer is toegestaan, maar niet verplicht.
Binnen de ruimte die de regelgeving biedt, kunnen scholen afzonderlijk of in gezamenlijk overleg keuzes maken.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 83 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Onafhankelijk van *a*

1 maximumscore 5

• $f_a'(x) = a \cdot \mathrm{e}^{ax} + (1 + ax) \cdot \mathrm{e}^{ax} \cdot a$	2
• $f_a'(x) = 0$ voor $x = -\dfrac{2}{a}$	1
• $f_a(-\dfrac{2}{a}) = -\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$ (dus $P_a(-\dfrac{2}{a}, -\dfrac{1}{\mathrm{e}^2})$)	1
• Hieruit volgt dat alle punten P_a dezelfde y-coördinaat hebben, dus liggen al deze punten op één (horizontale) lijn	1

2 maximumscore 5

- De oppervlakte van driehoek OAB is $\frac{1}{2a}$ 1
- De oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_a, de x-as en de y-as is $\int_{-\frac{1}{a}}^{0} (1+ax)\cdot \mathrm{e}^{ax}\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $(1+ax)\cdot \mathrm{e}^{ax}$ is $x\cdot \mathrm{e}^{ax}$ 1
- $\left[x\cdot \mathrm{e}^{ax}\right]_{-\frac{1}{a}}^{0} = \frac{1}{\mathrm{e}a}$ (dus deze oppervlakte is $\frac{1}{\mathrm{e}a}$) 1
- De oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_a en het lijnstuk AB is dus $\frac{1}{2a} - \frac{1}{\mathrm{e}a}$, dus de verhouding is $(\frac{1}{2a} - \frac{1}{\mathrm{e}a}) : \frac{1}{\mathrm{e}a} = (\frac{1}{2} - \frac{1}{\mathrm{e}}) : \frac{1}{\mathrm{e}}$, dus onafhankelijk van a 1

of

- De oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_a, de x-as en de y-as is $\int_{-\frac{1}{a}}^{0} (1+ax)\cdot \mathrm{e}^{ax}\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $(1+ax)\cdot \mathrm{e}^{ax}$ is $x\cdot \mathrm{e}^{ax}$ 1
- $\left[x\cdot \mathrm{e}^{ax}\right]_{-\frac{1}{a}}^{0} = \frac{1}{\mathrm{e}a}$ (dus deze oppervlakte is $\frac{1}{\mathrm{e}a}$) 1
- De oppervlakte van driehoek OAB is $\frac{1}{2a}$ 1
- De verhouding van deze oppervlakten is onafhankelijk van a, dus is ook de gevraagde verhouding onafhankelijk van a 1

of

- De grafiek van f_a en het bijbehorende lijnstuk AB ontstaan uit de grafiek van f_1 en het daarbij behorende lijnstuk AB door vermenigvuldiging ten opzichte van de y-as met factor $\frac{1}{a}$ 2
- Hierbij worden zowel de oppervlakte van de driehoek als de oppervlakte van het gebied begrensd door de grafiek van f_1, de x-as en de y-as vermenigvuldigd met $\frac{1}{a}$ 2
- De verhouding van deze oppervlakten is dus onafhankelijk van a en daarmee ook de gevraagde verhouding 1

Het standaard proefglas

3 maximumscore 4

- Het volume (in mm^3) is $\int_{0,0}^{55,3} \pi\left(f(x)\right)^2 \mathrm{d}x$ — 1
- Beschrijven hoe deze integraal (met de GR) berekend kan worden — 1
- De uitkomst van deze integraal is (ongeveer) 7994 — 1
- Het antwoord: 8 (cm^3) — 1

4 maximumscore 5

- ($C(87,5; 32,5)$ is de top van de parabool, dus) een formule voor kromme *CD* is van de vorm $y = a(x - 87,5)^2 + 32,5$ — 2
- $D(155,0; 23,0)$ is een punt van de kromme *CD*, dus $23,0 = a(155,0 - 87,5)^2 + 32,5$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- Dit geeft voor *a* de waarde –0,002 (of nauwkeuriger) (dus een formule voor kromme *CD* is $y = -0,002 \cdot (x - 87,5)^2 + 32,5$) — 1

of

- (De coördinaten van *C* zijn $(87,5; 32,5)$, dus) $\overrightarrow{OC} = \begin{pmatrix} 87,5 \\ 32,5 \end{pmatrix}$ — 1
- ($\overrightarrow{OE} = \overrightarrow{OD} - \overrightarrow{OC}$, dus) de coördinaten van *E* zijn (67,5; −9,5) — 1
- De kromme *OE* heeft een formule van de vorm $y = ax^2$, dus $-9,5 = a \cdot 67,5^2$ — 1
- Dit geeft voor *a* de waarde –0,002 (of nauwkeuriger) — 1
- Dus een formule voor kromme *CD* is $y = -0,002 \cdot (x - 87,5)^2 + 32,5$ — 1

5 maximumscore 6

- $50 \text{ ml} = 50\,000 \text{ mm}^3$ — 1
- Gevraagd wordt de waarde van *h* waarvoor $\int_{55,3}^{h} \pi\left(g(x)\right)^2 \mathrm{d}x = 50\,000$, waarbij *h* de *x*-coördinaat van *P* is — 1
- Een primitieve van $-x^2 + 175x - 6600$ is $-\frac{1}{3}x^3 + 87,5x^2 - 6600x$ — 1
- $\pi\left(\left(-\frac{1}{3}h^3 + 87,5h^2 - 6600h\right) - \left(-\frac{1}{3} \cdot 55,3^3 + 87,5 \cdot 55,3^2 - 6600 \cdot 55,3\right)\right) = 50\,000$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- ($h \approx 81$, dus) de *x*-coördinaat van *P* is 81 — 1

Lijn en cirkel

6	**maximumscore 6**	
	• Een vergelijking van de lijn k door P en S (met x-coördinaat s) is $4x+s\cdot y-4s=0$ (of $\frac{x}{s}+\frac{y}{4}=1$)	1
	• Dit geeft $\frac{\lvert 4\cdot 2+s\cdot 0-4s\rvert}{\sqrt{16+s^2}}=2$	1
	• Dit herleiden tot $\lvert 8-4s\rvert=2\sqrt{16+s^2}$	1
	• Dit geeft $(8-4s)^2=4(16+s^2)$	1
	• Dit herleiden tot $3s^2-16s=0$	1
	• Hieruit volgt (omdat $s>0$) $s=5\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $5\frac{1}{3}$)	1
	of	
	• $PS=\sqrt{s^2+16}$ (met s de x-coördinaat van S)	1
	• $\frac{MQ}{MS}=\frac{PO}{PS}$ (omdat driehoek MQS gelijkvormig is met driehoek POS)	1
	• Dit geeft $\frac{2}{s-2}=\frac{4}{\sqrt{s^2+16}}$	1
	• Dit herleiden tot $4(s^2+16)=16(s^2-4s+4)$	1
	• Dit herleiden tot $3s^2-16s=0$	1
	• Hieruit volgt (omdat $s>0$) $s=5\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $5\frac{1}{3}$)	1
	of	
	• $QS=\sqrt{(s-2)^2-2^2}=\sqrt{s^2-4s}$ (met s de x-coördinaat van S)	1
	• $\frac{MQ}{QS}=\frac{PO}{OS}$ (omdat driehoek MQS gelijkvormig is met driehoek POS)	1
	• Dit geeft $\frac{2}{\sqrt{s^2-4s}}=\frac{4}{s}$	1
	• Dit herleiden tot $4s^2=16(s^2-4s)$	1
	• Dit herleiden tot $3s^2-16s=0$	1
	• Hieruit volgt (omdat $s>0$) $s=5\frac{1}{3}$ (dus de x-coördinaat van S is $5\frac{1}{3}$)	1

Aanvulling op het correctievoorschrift:
Bij vraag 6 moeten altijd alle punten worden toegekend, ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord

7 maximumscore 8

	• Een vergelijking van de gegeven cirkel is $(x-2)^2+y^2=4$	1
	• De coördinaten van $A(a, pa)$ invullen in deze vergelijking geeft $(a-2)^2+(pa)^2=4$	1
	• Omdat $OA=3$ geldt $a^2+(pa)^2=9$	1
	• Beschrijven hoe op algebraïsche wijze met behulp van bovengenoemde vergelijkingen de waarde van a gevonden kan worden	2
	• $a=\frac{9}{4}$	1
	• Invullen in $a^2+(pa)^2=9$ geeft $p^2=\frac{7}{9}$	1
	• Hieruit volgt (omdat $p>0$) $p=\frac{1}{3}\sqrt{7}$ (of een gelijkwaardige vorm)	1
	of	
	• Een vergelijking van de gegeven cirkel is $(x-2)^2+y^2=4$	1
	• Punt A is een snijpunt van de gegeven cirkel en de cirkel met middelpunt O en straal 3, die als vergelijking heeft $x^2+y^2=9$	1
	• Beschrijven hoe op algebraïsche wijze met behulp van bovengenoemde vergelijkingen de x-coördinaat van A gevonden kan worden	1
	• De x-coördinaat van A is $\frac{9}{4}$	1
	• De y-coördinaat van A is dus $\frac{9}{4}p$ (omdat A op de lijn $y=px$ ligt)	1
	• Dit geeft: $(\frac{9}{4})^2+(\frac{9}{4}p)^2=9$	1
	• Dit herleiden tot $p^2=\frac{7}{9}$	1
	• Hieruit volgt (omdat $p>0$) $p=\frac{1}{3}\sqrt{7}$ (of een gelijkwaardige vorm)	1
	of	
	• Het inzicht dat $p=\tan\alpha$ met $\angle MOA=\alpha$	2
	• Toepassen van de cosinusregel in driehoek MOA geeft $2^2=2^2+3^2-2\cdot2\cdot3\cdot\cos\alpha$	1
	• Hieruit volgt $\cos\alpha=\frac{3}{4}$	2
	• Een aanpak waarbij α een hoek is in een rechthoekige driehoek met schuine zijde 4 en rechthoekszijden 3 en $\sqrt{7}$	2
	• Hieruit volgt $\tan\alpha=\frac{1}{3}\sqrt{7}$ (en dus $p=\frac{1}{3}\sqrt{7}$) (of een gelijkwaardige vorm)	1

Tussen twee sinusgrafieken

8 maximumscore 4

- De oppervlakte van V is $\int_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi} \big(f(x)-g(x)\big)\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $f(x)-g(x)$ is $-\cos x+\cos(x+\frac{1}{3}\pi)$ — 2
- De oppervlakte van V is dus $\left[-\cos x+\cos(x+\frac{1}{3}\pi)\right]_{\frac{1}{3}\pi}^{\frac{4}{3}\pi}=2$ — 1

9 maximumscore 4

- $f(x)+g(x)=0$ geeft $\sin(-x)=\sin(x+\frac{1}{3}\pi)$ — 1
- Dit geeft $x=-\frac{1}{6}\pi+k\cdot\pi$, dus (bijvoorbeeld) $b=\frac{1}{6}\pi$ — 1
- Een toelichting dat het maximum van $f+g$ ligt bij $x=\frac{1}{3}\pi$ — 1
- Hieruit volgt (omdat $\frac{1}{2}\cdot\big(f(\frac{1}{3}\pi)+g(\frac{1}{3}\pi)\big)=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ en omdat $\sin(\frac{1}{3}\pi+\frac{1}{6}\pi)=1$) $a=\frac{1}{2}\sqrt{3}$ — 1

Aanvulling op het correctievoorschrift:
Bij vraag 9 moeten altijd alle punten worden toegekend, ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord

Drie vierkanten in een rechthoek

10 maximumscore 9

- Een aanpak waarbij (bijvoorbeeld) de zijde van *A* *x* wordt genoemd — 1
- De lengte van de zijde van *B* is $30-x$ — 1
- De lengte van de zijde van *C* is gelijk aan $20-(30-x)=x-10$ — 1
- De oppervlakte van *D* is $20\cdot 30-x^2-(30-x)^2-(x-10)^2$ — 1
- $(30-x)^2=900-60x+x^2$ en $(x-10)^2=x^2-20x+100$ — 1
- Dus de oppervlakte van *D* is $600-x^2-900+60x-x^2-x^2+20x-100$ — 1
- Deze uitdrukking vereenvoudigen tot $-3x^2+80x-400$ — 1
- Beschrijven hoe op algebraïsche wijze berekend kan worden voor welke waarde van *x* (in het interval [10, 20]) dit maximaal is — 1
- De gevraagde lengte is $\frac{40}{3}$ (of $13\frac{1}{3}$) — 1

of

- Een aanpak waarbij (bijvoorbeeld) de zijde van *A* *x* wordt genoemd — 1
- De lengte van de zijde van *B* is $30-x$ — 1
- De lengte van de zijde van *C* is gelijk aan $20-(30-x)=x-10$ — 1
- De oppervlakte van *D* is maximaal als de totale oppervlakte van *A*, *B* en *C* minimaal is — 1
- De totale oppervlakte van *A*, *B* en *C* is $x^2+(30-x)^2+(x-10)^2$ — 1
- $(30-x)^2=900-60x+x^2$ en $(x-10)^2=x^2-20x+100$ — 1
- Dus de totale oppervlakte van *A*, *B* en *C* is $3x^2-80x+1000$ — 1
- Beschrijven hoe op algebraïsche wijze berekend kan worden voor welke waarde van *x* (in het interval [10, 20]) dit minimaal is — 1
- De gevraagde lengte is $\frac{40}{3}$ (of $13\frac{1}{3}$) — 1

of

- Een aanpak waarbij (bijvoorbeeld) de zijde van *A* *x* wordt genoemd — 1
- De lengte van de zijde van *B* is $30-x$ — 1
- De lengte van de zijde van *C* is gelijk aan $20-(30-x)=x-10$ — 1
- De oppervlakte van *D* is $20\cdot 30-x^2-(30-x)^2-(x-10)^2$ — 1
- $D'(x)=-2x+2(30-x)-2(x-10)$ — 2
- Dit geeft $D'(x)=-6x+80$ — 1
- Er moet (in het interval [10, 20]) gelden $D'(x)=0$, dus $-6x+80=0$ — 1
- De gevraagde lengte is $\frac{40}{3}$ (of $13\frac{1}{3}$) — 1

Lus

11 maximumscore 6

- De snelheidsvector op tijdstip t is $\begin{pmatrix} 2t \\ 3t^2 - 1 \end{pmatrix}$ 1
- Op de tijdstippen $t = -1$ en $t = 1$ is de snelheidsvector respectievelijk $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1
- Dus de raaklijnen zijn evenwijdig als $2t = -(3t^2 - 1)$ of $2t = 3t^2 - 1$ 1
- $2t = 3t^2 - 1$ geeft ($t = 1$ of) $t = -\frac{1}{3}$, dus de benodigde tijd om van O naar A te bewegen is $\frac{2}{3}$ 1
- $2t = -(3t^2 - 1)$ geeft ($t = -1$ of) $t = \frac{1}{3}$, dus de benodigde tijd om van B naar O te bewegen is $\frac{2}{3}$ 1
- Hieruit volgt: de benodigde tijd om van A naar B te bewegen is ($2 - \frac{2}{3} - \frac{2}{3}$ en dit is) ook $\frac{2}{3}$ 1

of

- De snelheidsvector op tijdstip t is $\begin{pmatrix} 2t \\ 3t^2 - 1 \end{pmatrix}$ 1
- Op de tijdstippen $t = -1$ en $t = 1$ is de snelheidsvector respectievelijk $\begin{pmatrix} -2 \\ 2 \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ 1
- De drie benodigde tijden zijn (samen 2, dus zijn ze) even lang als elk van deze tijden $\frac{2}{3}$ is 1
- Om aan te tonen dat de drie benodigde tijden even lang zijn, is het dus voldoende om aan te tonen dat het punt zich op het tijdstip $t = -\frac{1}{3}$ in A bevindt en dat het punt zich op het tijdstip $t = \frac{1}{3}$ in B bevindt 1
- Op de tijdstippen $t = -\frac{1}{3}$ en $t = \frac{1}{3}$ is de snelheidsvector respectievelijk $\begin{pmatrix} -\frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ en $\begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix}$ 1
- Hieruit volgt dat de raaklijn aan de baan op de tijdstippen $t = -\frac{1}{3}$ en $t = \frac{1}{3}$ dus evenwijdig is met een van de raaklijnen in O (zodat het punt zich dan inderdaad in A respectievelijk B bevindt) (en dus geldt het gestelde) 1

Lijn door perforatie

12 maximumscore 7

- $x = b$ is een nulpunt van zowel de noemer als de teller, dus alleen voor $x = b$ is een perforatie mogelijk — 1
- $\frac{x-b}{x^2-b^2} = \frac{x-b}{(x-b)(x+b)} = \frac{1}{x+b}$ (met $x \neq -b$ en $x \neq b$)
  (of: $\lim\limits_{x\to b} \frac{x-b}{x^2-b^2} = \lim\limits_{x\to b} \frac{x-b}{(x-b)(x+b)} = \lim\limits_{x\to b} \frac{1}{x+b}$) — 1
- Voor $x = b$ is $\frac{1}{x+b}$ gelijk aan $\frac{1}{2b}$ (of: $\lim\limits_{x\to b} \frac{1}{x+b} = \frac{1}{2b}$) (, dus $(b, \frac{1}{2b})$ is een perforatie) — 1
- Er geldt: $\frac{1}{2b} = 4b + 1$ — 1
- Dit herleiden tot $8b^2 + 2b - 1 = 0$ — 1
- $(2b+1)(4b-1) = 0$ (of $b = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot 8 \cdot -1}}{16}$) — 1
- Dit geeft $b = -\frac{1}{2}$ of $b = \frac{1}{4}$ — 1

Aanvulling op het correctievoorschrift:
Bij vraag 12 moeten altijd alle punten worden toegekend, ongeacht of er wel of geen antwoord gegeven is, en ongeacht het gegeven antwoord

Verschoven platen

13 maximumscore 4

- Driehoek POA is gelijkvormig met driehoek $PQ'Q$ — 1
- $\dfrac{PQ'}{PQ} = \dfrac{PO}{PA}$ en $PA = \sqrt{p^2 + 35^2}$ geeft $\dfrac{p+q}{280} = \dfrac{p}{\sqrt{p^2 + 1225}}$ — 2
- Hieruit volgt $p + q = \dfrac{280p}{\sqrt{p^2 + 1225}}$, dus $q = \dfrac{280p}{\sqrt{p^2 + 1225}} - p$ — 1

14 maximumscore 4

- $q'(p) = \dfrac{280 \cdot \sqrt{p^2 + 1225} - 280p \cdot \dfrac{2p}{2\sqrt{p^2 + 1225}}}{p^2 + 1225} - 1$ — 2
- Dus $q'(p) = \dfrac{280(p^2 + 1225) - 280p^2}{(p^2 + 1225) \cdot \sqrt{p^2 + 1225}} - 1$ — 1
- De rest van de herleiding — 1

15 maximumscore 6

- $q'(p) = 0$ geeft $\dfrac{343\,000}{(p^2 + 1225) \cdot \sqrt{p^2 + 1225}} - 1 = 0$ — 1
- Dit geeft $(p^2 + 1225)^{\frac{3}{2}} = 343\,000$ — 2
- Hieruit volgt $p^2 + 1225 = 4900$ — 1
- Dit geeft $p = \sqrt{3675}$ (of $p = 35\sqrt{3}$) — 1
- Het antwoord: $q = 3\sqrt{3675}$ (of $q = 105\sqrt{3}$) — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 29 mei naar Cito.