Correctievoorschrift VWO

2010

tijdvak 1

oud programma **wiskunde B1**

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-09.0313, 31 maart 2009, zie www.examenblad.nl).
Deze regeling blijft ook na het aantreden van het College voor Examens van kracht.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de *Regeling beoordeling centraal examen* van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 83 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Wisselingen in rijtjes kop en munt

1 maximumscore 4

- Er zijn 2 rijtjes met 0 wisselingen, 6 rijtjes met 1 wisseling, 6 rijtjes met 2 wisselingen en 2 rijtjes met 3 wisselingen — 1
- De kansen op 0, 1, 2 en 3 wisselingen zijn $\frac{2}{16}$, $\frac{6}{16}$, $\frac{6}{16}$ en $\frac{2}{16}$ — 2
- De verwachtingswaarde is dus $\frac{2}{16}\cdot 0+\frac{6}{16}\cdot 1+\frac{6}{16}\cdot 2+\frac{2}{16}\cdot 3=\frac{24}{16}=1\frac{1}{2}$ — 1

of

- Er zijn drie plekken in een rij van vier worpen waar al of niet een wisseling optreedt — 2
- Voor elke plek is de kans $\frac{1}{2}$ dat er een wisseling optreedt — 1
- De verwachtingswaarde is dus $3\cdot\frac{1}{2}=1\frac{1}{2}$ — 1

2 maximumscore 3

- Op 5 van de 9 plekken moet een wisseling plaatsvinden; dit kan op $\binom{9}{5}$ manieren — 1
- $\binom{9}{5}=126$ — 1
- Als de wisselingen vastliggen, kan een rijtje nog met een K of een M beginnen; dus zijn er $2\cdot 126=252$ rijtjes met 5 wisselingen — 1

3 maximumscore 3

- De kans dat een rijtje ten minste één wisseling heeft, is $(1-\frac{2}{1024}=)\,\frac{1022}{1024}$ — 1
- De kans op 20 keer zo'n rijtje is $(\frac{1022}{1024})^{20}\approx 0{,}962$ — 2

4 maximumscore 5

- De kans dat een willekeurig rijtje meer dan 5 wisselingen heeft, is $\frac{168+72+18+2}{1024}=\frac{260}{1024}=\frac{65}{256}$ — 1
- Het gaat om een binomiale kans met $n=20$ en $p=\frac{65}{256}$ — 1
- Beschrijven hoe de binomiale kans $P(X\geq 9 \mid n=20 \text{ en } p=\frac{65}{256})$ berekend kan worden, waarbij X het aantal rijtjes met meer dan 5 wisselingen is — 1
- De kans is (ongeveer) 0,045 — 1
- Deze kans is kleiner dan 5%, dus we vertrouwen Jolly niet — 1

Een gebroken functie

5 maximumscore 5

- $\frac{60}{x} = 18 - x$ geeft $60 = 18x - x^2$ — 1
- Hieruit volgt $x^2 - 18x + 60 = 0$ — 1
- De discriminant van deze vergelijking is 84 — 1
- De x-coördinaten van de snijpunten zijn $9 + \sqrt{21}$ en $9 - \sqrt{21}$ (of gelijkwaardige uitdrukkingen) — 2

6 maximumscore 5

- $f'(x) = -\frac{60}{x^2}$ — 1
- De richtingscoëfficiënt van ST is $-\frac{60}{p^2}$ (dus $y = -\frac{60}{p^2} \cdot x + b$ is voor zekere b een vergelijking van ST) — 1
- De y-coördinaat van P is $\frac{60}{p}$ — 1
- De coördinaten van P invullen in $y = -\frac{60}{p^2} \cdot x + b$ geeft $\frac{60}{p} = -\frac{60}{p^2} \cdot p + b$ — 1
- $\frac{60}{p} = -\frac{60}{p} + b$ geeft $b = \frac{120}{p}$, dus een vergelijking van de raaklijn ST is $y = -\frac{60}{p^2} \cdot x + \frac{120}{p}$ — 1

7 maximumscore 4

- Invullen van $x = 0$ in de vergelijking van de raaklijn geeft $y = \frac{120}{p}$ (dus $T\left(0, \frac{120}{p}\right)$) — 1
- Invullen van $y = 0$ in de vergelijking van de raaklijn geeft $\frac{60}{p^2} \cdot x = \frac{120}{p}$ — 1
- Hieruit volgt $x = 2p$ (dus $S(2p, 0)$) — 1
- De oppervlakte van driehoek OST is $\frac{1}{2} \cdot 2p \cdot \frac{120}{p} = 120$ (dus onafhankelijk van p en daardoor onafhankelijk van de plaats van P op de grafiek van f) — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Oppervlakte en inhoud bij $f(x) = e^x$

8 maximumscore 6

- Lijn AB heeft richtingscoëfficiënt $\frac{e^2-1}{2} = \frac{1}{2}(e^2-1)$ — 1
- Voor lijn AB geldt de formule $y = \frac{1}{2}(e^2-1)\cdot x + 1$ — 1
- De oppervlakte van het vlakdeel is $\int_0^2 (\frac{1}{2}(e^2-1)\cdot x + 1 - e^x)\,dx$ — 1
- Een primitieve van $\frac{1}{2}(e^2-1)\cdot x + 1 - e^x$ is $\frac{1}{4}(e^2-1)\cdot x^2 + x - e^x$ — 2
- De gevraagde oppervlakte is 2 — 1

of

- De oppervlakte van het vlakdeel is het verschil tussen de oppervlakte van een trapezium en $\int_0^2 e^x\,dx$ — 1
- De oppervlakte van het bedoelde trapezium is e^2+1 — 2
- $\int_0^2 e^x\,dx = e^2 - 1$ — 2
- De gevraagde oppervlakte is 2 — 1

9 maximumscore 6

- De grafiek van $g(x) = e^x - 1$ wordt om de x-as gewenteld — 1
- De inhoud is $\int_0^2 \pi\cdot(e^x-1)^2\,dx$ — 1
- $(e^x-1)^2 = e^{2x} - 2e^x + 1$ — 1
- Een primitieve van $e^{2x} - 2e^x + 1$ is $\frac{1}{2}e^{2x} - 2e^x + x$ — 2
- De inhoud is $\pi\cdot(\frac{1}{2}e^4 - 2e^2 + 3\frac{1}{2})$ — 1

Elo

10 maximumscore 3

- Er geldt: $P(X > x \mid \mu = 2345,\ \sigma = 200) = 0,4$ — 1
- Beschrijven hoe hieruit x kan worden berekend — 1
- $x \approx 2396$ — 1

11 maximumscore 5

- De verwachte score van A per partij is $P(X > 2400 \mid \mu = 2345,\ \sigma = 200)$ — 1
- Beschrijven hoe deze kans kan worden berekend — 1
- De verwachte score van A per partij is (ongeveer) 0,392 — 1
- $V \approx 12 \cdot 0,392 \approx 4,7$ — 1
- De nieuwe rating van A is $2345 + 10 \cdot (6\frac{1}{2} - 4,7) = 2363$ — 1

Een parabool?

12 maximumscore 4

- $A(4, 4)$ en $B(-6, 6)$ — 1
- Als $a = 4$ is de formule $y = -\frac{1}{5}x + 4\frac{4}{5}$ — 1
- De coördinaten van A voldoen, want $4 = -\frac{1}{5} \cdot 4 + 4\frac{4}{5}$ — 1
- De coördinaten van B voldoen ook, want $6 = -\frac{1}{5} \cdot -6 + 4\frac{4}{5}$
  (dus de formule is juist voor $a = 4$) — 1

of

- $A(4, 4)$ en $B(-6, 6)$ — 1
- De lijn door $A(4, 4)$ en $B(-6, 6)$ heeft richtingscoëfficiënt $-\frac{1}{5}$ — 1
- Voor lijn AB geldt dus $y = 4 - \frac{1}{5}(x - 4)$, ofwel $y = -\frac{1}{5}x + 4\frac{4}{5}$ — 1
- $a = 4$ invullen in de gegeven formule geeft ook $y = -\frac{1}{5}x + 4\frac{4}{5}$
  (dus de formule is juist voor $a = 4$) — 1

13 maximumscore 4

- Voor het snijpunt met de y-as geldt $y = -\frac{1}{5}a^2 + 2a$ 1
- $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}a} = -\frac{2}{5}a + 2$ 1
- $\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}a} = 0$ geeft $a = 5$ 1
- De grootste waarde van y is $-\frac{1}{5} \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 = 5$ 1

of

- Voor het snijpunt met de y-as geldt $y = -\frac{1}{5}a^2 + 2a$ 1
- $-\frac{1}{5}a^2 + 2a = 0$ geeft $a(-\frac{1}{5}a + 2) = 0$ dus $a = 0$ of $a = 10$ 1
- Hieruit volgt dat het maximum wordt aangenomen voor $a = 5$ 1
- De grootste waarde van y is $-\frac{1}{5} \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 = 5$ 1

14 maximumscore 4

- Invullen van (0, 5) geeft $c = 5$ 1
- Invullen van (–10, 10) en (10, 10) geeft $100a - 10b + 5 = 10$ respectievelijk $100a + 10b + 5 = 10$ 1
- Beschrijven hoe hieruit de waarden van a en b berekend kunnen worden 1
- $b = 0$ en $a = \frac{1}{20}$ 1

15 maximumscore 6

- De afgeleide van $\frac{1}{20}x^2 + 5$ is $\frac{1}{10}x$ 1
- $x = 4$ invullen geeft $\frac{2}{5}$ als richtingscoëfficiënt van de raaklijn 1
- Een vergelijking van de raaklijn in $(4, 5\frac{4}{5})$ is $y = \frac{2}{5}x + 4\frac{1}{5}$ 1
- De raaklijn is een van de lijnen AB als $\frac{1}{5}a - 1 = \frac{2}{5}$ en $-\frac{1}{5}a^2 + 2a = 4\frac{1}{5}$ 1
- $\frac{1}{5}a - 1 = \frac{2}{5}$ geeft $a = 7$ 1
- $a = 7$ invullen in $-\frac{1}{5}a^2 + 2a$ geeft $4\frac{1}{5}$ (en dus is de raaklijn aan de parabool in $(4, 5\frac{4}{5})$ een van de lijnen AB) 1

Jupiter en Aarde

16 maximumscore 3

- Per jaar legt Aarde $2\pi \cdot 150$ miljoen km af 1
- Een jaar telt $365 \cdot 24$ uur 1
- De snelheid is (ongeveer) $108\,000$ (km/uur) 1

17 maximumscore 3

- $\sqrt{26 - 10\cos(\frac{11}{6}\pi t)} = 5$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden 1
- Het gevraagde tijdstip is $t \approx 0,26$ 1

18 maximumscore 5

- De snelheid is de afgeleide van $\sqrt{26 - 10\cos(\frac{11}{6}\pi t)}$ 1
- De afgeleide van $26 - 10\cos(\frac{11}{6}\pi t)$ is $\frac{110}{6}\pi \cdot \sin(\frac{11}{6}\pi t)$ 1
- De afgeleide van $\sqrt{26 - 10\cos(\frac{11}{6}\pi t)}$ is $\dfrac{\frac{110}{6}\pi \cdot \sin(\frac{11}{6}\pi t)}{2\sqrt{26 - 10\cos(\frac{11}{6}\pi t)}}$ 2
- Op tijdstip $t = 3$ is de snelheid (waarmee de afstand afneemt ongeveer) 5,65 (AE/jaar) (of: op tijdstip $t = 3$ is de snelheid (ongeveer) –5,65 (AE/jaar)) 1

Opmerking
Als de kettingregel niet gebruikt is, maximaal 3 punten toekennen.

19 maximumscore 5

- Er geldt dan $\cos 2\pi t = \cos \frac{1}{6}\pi t$ en $\sin 2\pi t = \sin \frac{1}{6}\pi t$ 2
- Beschrijven hoe de kleinste positieve oplossing van deze vergelijkingen gevonden kan worden 2
- Het eerstvolgende tijdstip na $t = 0$ dat aan beide vergelijkingen voldoet, is $t = \frac{12}{11}$ (of $t \approx 1,091$) 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 7 juni naar Cito.