Correctievoorschrift VWO

2010

tijdvak 1

wiskunde B

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o.
Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-09.0313, 31 maart 2009, zie www.examenblad.nl).
Deze regeling blijft ook na het aantreden van het College voor Examens van kracht.
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door het College voor Examens.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door het College voor Examens.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de *Regeling beoordeling centraal examen* van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen;
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.

5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan het College voor Examens. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 84 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Gelijke oppervlakten

1 maximumscore 4

- $4x - x^2 = ax$ 1
- $4 - x = a$ (of $x = 0$) 1
- $x = 4 - a$ 1
- $y = a(4-a) = 4a - a^2$ 1

of

- $(4-a,\ 4a - a^2)$ ligt op de lijn $y = ax$, want $4a - a^2 = a(4-a)$ 1
- Aangetoond moet worden dat ook $4a - a^2 = 4(4-a) - (4-a)^2$ 1
- $4(4-a) - (4-a)^2$ herleiden tot $4a - a^2$ 2

2 maximumscore 6

- De oppervlakte van het deel van V boven de lijn OA is $\int_0^{4-a} (4x - x^2 - ax)\,\mathrm{d}x$ 1
- Een primitieve van $4x - x^2 - ax$ is $2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2$ 2
- $\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}ax^2\right]_0^{4-a} = 2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ 1
- $2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ herleiden tot $\frac{1}{6}(4-a)^3$ 2

of

- De oppervlakte van het deel van V boven de lijn OA is $\int_0^{4-a} (4x - x^2)\,\mathrm{d}x - \frac{1}{2}\cdot(4-a)\cdot(4a - a^2)$ 1
- Een primitieve van $4x - x^2$ is $2x^2 - \frac{1}{3}x^3$ 1
- $\left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^{4-a} = 2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3$ 1
- $\frac{1}{2}\cdot(4-a)\cdot(4a - a^2) = \frac{1}{2}\cdot(4-a)\cdot a\cdot(4-a) = \frac{1}{2}a(4-a)^2$ 1
- $2(4-a)^2 - \frac{1}{3}(4-a)^3 - \frac{1}{2}a(4-a)^2$ herleiden tot $\frac{1}{6}(4-a)^3$ 2

3 maximumscore 5

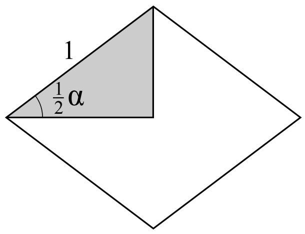
- De oppervlakte van V is $\frac{1}{6}(4-0)^3 = \frac{32}{3}$ — 2
- $\frac{1}{6}(4-a)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3}$ — 1
- $(4-a)^3 = 32$ — 1
- $a = 4 - \sqrt[3]{32}$ — 1

of

- De oppervlakte van V is $\int_0^4 (4x - x^2)\mathrm{d}x = \left[2x^2 - \frac{1}{3}x^3\right]_0^4$ — 1
- De oppervlakte van V is $\frac{32}{3}$ — 1
- $\frac{1}{6}(4-a)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{32}{3}$ — 1
- $(4-a)^3 = 32$ — 1
- $a = 4 - \sqrt[3]{32}$ — 1

Onderzetter

4 maximumscore 3



- Elke ruit bestaat uit vier rechthoekige driehoeken met hoek $\frac{1}{2}\alpha$ en schuine zijde 1 — 1
- De rechthoekszijden van zo'n driehoek zijn $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1
- Hieruit afleiden dat $l = 10\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ en $b = 6\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1

5 maximumscore 4

- Als $l = 8$ dan $\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{4}{5}$ — 1
- $\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + \cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = 1$ — 1
- Hieruit volgt (omdat $0 \le \frac{1}{2}\alpha \le \frac{1}{2}\pi$) $\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \frac{3}{5}$ — 1
- $b = 6 \cdot \frac{3}{5} = 3\frac{3}{5}$ — 1

6 **maximumscore 5**

- $b'(\alpha) = 3\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1
- $l'(\alpha) = -5\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1
- Opgelost moet worden $3\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = 5\sin\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- De gevraagde waarde van α is 1,08 — 1

7 **maximumscore 5**

- *OQ* is de schuine zijde van een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden $3\sin(\frac{1}{2}\alpha)$ en $2\cos(\frac{1}{2}\alpha)$ — 2
- $OQ^2 = (3\sin(\frac{1}{2}\alpha))^2 + (2\cos(\frac{1}{2}\alpha))^2$ — 1
- $OQ^2 = 9\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)$ — 1
- Dus $OQ = \sqrt{4\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 4\cos^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right) + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)} = \sqrt{4 + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$ — 1

8 **maximumscore 4**

- Er moet gelden: $OP = OQ$ — 1
- Opgelost moet worden $5\cos\left(\frac{1}{2}\alpha\right) = \sqrt{4 + 5\sin^2\left(\frac{1}{2}\alpha\right)}$ — 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking opgelost kan worden — 1
- De gevraagde waarde van α is 1,98 — 1

Opmerking
Als (ten onrechte) is uitgegaan van l = b voor deze vraag geen punten toekennen.

Aan een cirkel rakende rechthoeken

9 maximumscore 4

- De cirkel met middelpunt A en straal 4 cm snijdt c in twee punten; deze twee punten D tekenen — 2
- De lijn door het midden van AD en M snijdt c in E; de vier punten E tekenen — 2

of

- De cirkel met middelpunt A en straal 4 cm snijdt c in twee punten; deze twee punten D tekenen — 2
- De middelloodlijn van AD snijdt c in E; de vier punten E tekenen — 2

Opmerking
Als twee van de vier punten E gevonden zijn, maximaal 3 punten toekennen.

10 maximumscore 5

- N ligt op p en $\angle DCB = 90°$, dus $NM = NC$; *parabool* — 2
- $NM = NC$ en $NC = ND$, dus M ligt op de cirkel met middellijn *CD; (cirkel)* — 2
- Dus $\angle CMD = 90°$; *Thales* — 1

of

- N ligt op p en $\angle DCB = 90°$, dus $NM = NC$; *parabool* — 2
- $\angle NMC = \angle NCM = \alpha$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- $NM = NC$ en $NC = ND$, dus $NM = ND$ en hieruit volgt $\angle NMD = \angle NDM = \beta$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- In driehoek CDM geldt: $2\alpha + 2\beta = 180°$; *hoekensom driehoek,* dus $\angle CMD = \alpha + \beta = 90°$ — 1

Vraag	Antwoord	Scores

Condensatoren

11 maximumscore 3

- $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{12}{20} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{20}}$ 2
- $t = 0$ invullen geeft $\dfrac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \dfrac{12}{20}$ (dus de snelheid is 0,6 volt/seconde) 1

12 maximumscore 6

- De limietspanning van de condensator is 12 (volt) 1
- Opgelost moet worden de vergelijking $12 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{20}}\right) = 0{,}90 \cdot 12$ 2
- Hieruit volgt $\mathrm{e}^{-\frac{t}{20}} = 0{,}10$ 1
- $t = -20 \cdot \ln 0{,}10$ 1
- $t \approx 46$ (dus het duurt 46 seconden) 1

13 maximumscore 6

- Er moet gelden: $12 \cdot \left(1 - \mathrm{e}^{-\frac{10}{2000 C_s}}\right) \geq 10$ 1
- Beschrijven hoe deze ongelijkheid opgelost kan worden 1
- $C_s \leq 0{,}00279$ 1
- $C_s = \dfrac{1}{\frac{1}{0{,}01} \cdot n}$ 1
- Beschrijven hoe $\dfrac{1}{\frac{1}{0{,}01} \cdot n} \leq 0{,}00279$ opgelost kan worden 1
- Er zijn minimaal 4 condensatoren nodig 1

of

- Een aanpak waarbij bij verschillende aantallen condensatoren de benodigde tijd wordt berekend 1
- Drie condensatoren in serie hebben een capaciteit van $\dfrac{1}{\frac{1}{0{,}01} \cdot 3} = \dfrac{1}{300}$ 1
- Oplossen van $12 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{2000 \cdot \frac{1}{300}}}) = 10$ geeft $t \approx 11{,}9$ 1
- Vier condensatoren in serie hebben een capaciteit van $\dfrac{1}{\frac{1}{0{,}01} \cdot 4} = \dfrac{1}{400}$ 1
- Oplossen van $12 \cdot (1 - \mathrm{e}^{-\frac{t}{2000 \cdot \frac{1}{400}}}) = 10$ geeft $t \approx 9{,}0$ 1
- Er zijn minimaal 4 condensatoren nodig 1

Een rechthoek in stukken

14 maximumscore 5

- Er moet gelden: $(3-p)\left(1-\frac{1}{p}\right)=\frac{1}{2}$ — 1
- Haakjes uitwerken geeft $3-\frac{3}{p}-p+1=\frac{1}{2}$ — 1
- Herleiden van deze vergelijking tot $p^2-3\frac{1}{2}p+3=0$ — 1
- $(p-2)(p-1\frac{1}{2})=0$, dus $p=1\frac{1}{2}$ of $p=2$
  (of: $p=\dfrac{3\frac{1}{2}\pm\sqrt{12\frac{1}{4}-12}}{2}$ geeft $p=1\frac{1}{2}$ of $p=2$) — 2

15 maximumscore 5

- De afgeleide van de som is $\frac{4}{3}\left(-1+\dfrac{3}{p^2}\right)$ — 2
- $\frac{4}{3}\left(-1+\dfrac{3}{p^2}\right)=0$ geeft $p^2=3$ — 2
- De som is maximaal als $p=\sqrt{3}$ ($p=-\sqrt{3}$ voldoet niet) — 1

Logaritmen en vierde macht

16 maximumscore 6

- $L(p)=f(p)-g(p)=4\cdot\ln p-(\ln p)^4$ (met $L(p)$ de lengte van AB) — 1
- $L'(p)=4\cdot\dfrac{1}{p}-4(\ln p)^3\cdot\dfrac{1}{p}$ — 2
- AB is maximaal als $L'(p)=4\cdot\dfrac{1}{p}(1-(\ln p)^3)=0$ — 1
- Dit geeft $\ln p=1$ (dus $p=\mathrm{e}$) — 1
- De maximale lengte is $4\cdot1-1^4=3$ — 1

of

- $f'(p)=4\cdot\dfrac{1}{p}$ — 1
- $g'(p)=4(\ln p)^3\cdot\dfrac{1}{p}$ — 1
- AB is maximaal als $f'(p)-g'(p)=0$ — 1
- Dit geeft $4\cdot\dfrac{1}{p}=4(\ln p)^3\cdot\dfrac{1}{p}$ — 1
- Hieruit volgt $\ln p=1$ (dus $p=\mathrm{e}$) — 1
- De maximale lengte is $4\cdot1-1^4=3$ — 1

Een geodriehoek

17 maximumscore 4

- $AB = BC$ en $AB \perp BC$, dus $\angle ACB = 45°$; *gelijkbenige rechthoekige driehoek* 1
- $\angle ACE = 180° - \angle ACB = 135°$; *gestrekte hoek* 1
- $\angle ACE + \angle ADE = 135° + 45° = 180°$, dus $ACED$ is een koordenvierhoek; *koordenvierhoek* 2

18 maximumscore 4

- A, C, E en D liggen op een cirkel; *koordenvierhoek* 1
- $\angle AED = \angle ACD = 90°$; *constante hoek*, dus driehoek AED is rechthoekig 1
- $\angle DAE = 180° - 90° - 45° = 45°$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle ADE = \angle DAE$, dus driehoek AED is gelijkbenig (en rechthoekig en is dus een geodriehoek); *gelijkbenige driehoek* 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 7 juni naar Cito.