Correctievoorschrift VWO

2009

tijdvak 2

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 36, 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

De gecommitteerde voegt bij het gecorrigeerde werk een verklaring betreffende de verrichte correctie. Deze verklaring wordt mede ondertekend door het bevoegd gezag van de gecommitteerde.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.

5 Indien de examinator en de gecommitteerde daarbij niet tot overeenstemming komen, wordt het geschil voorgelegd aan het bevoegd gezag van de gecommitteerde. Dit bevoegd gezag kan hierover in overleg treden met het bevoegd gezag van de examinator. Indien het geschil niet kan worden beslecht, wordt hiervan melding gemaakt aan de inspectie. De inspectie kan een derde onafhankelijke gecommitteerde aanwijzen. De beoordeling van de derde gecommitteerde komt in de plaats van de eerdere beoordelingen.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:

3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;

3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;

3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;

3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;

3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;

3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 80 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Een rij

1 maximumscore 4

- Voor de limiet geldt: $u = \dfrac{1}{2-u}$ 1
- $2u - u^2 = 1$ 1
- Dit schrijven als $u^2 - 2u + 1 = 0$ 1
- De (enige) oplossing: $u = 1$ 1

2 maximumscore 5

- n vervangen door $n-1$ in $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ geeft $u_{n-1} = \dfrac{n}{n+1}$ 1
- Dit en $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ invullen in $u_n = \dfrac{1}{2-u_{n-1}}$ geeft $\dfrac{n+1}{n+2} = \dfrac{1}{2-\frac{n}{n+1}}$ 1
- Dit schrijven als $\dfrac{n+1}{n+2} = \dfrac{n+1}{2(n+1)-n}$ 2
- Dit herleiden tot $\dfrac{n+1}{n+2} = \dfrac{n+1}{n+2}$ (en dus voldoet $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ voor elke $n \geq 1$ aan de gegeven recursievergelijking) 1

of

- n vervangen door $n-1$ in $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ geeft $u_{n-1} = \dfrac{n}{n+1}$ 1
- Dit invullen in $u_n = \dfrac{1}{2-u_{n-1}}$ geeft $u_n = \dfrac{1}{2-\frac{n}{n+1}}$ 1
- Dit schrijven als $u_n = \dfrac{n+1}{2(n+1)-n}$ 2
- Dit herleiden tot $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ (en dus voldoet $u_n = \dfrac{n+1}{n+2}$ voor elke $n \geq 1$ aan de gegeven recursievergelijking) 1

Onnodig ingewikkeld?

3 maximumscore 4

- Uitgerekend moet worden het tijdstip t waarbij $S = \frac{168,0}{170,0}$ $(\approx 0,9882)$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $\frac{168,0}{170,0} = \ln(-0,00216t + 2,7183)$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van de vergelijking: $t \approx 14,73$ uur 1
- Het antwoord: na (ongeveer) 884 minuten (ofwel 14 uur en 44 min.) 1

4 maximumscore 6

- $S' = \dfrac{-0,00216}{-0,00216t + 2,7183}$ $\left(= \dfrac{0,00216}{0,00216t - 2,7183}\right)$ 2
- $S'' = -\dfrac{0,00216^2}{(0,00216t - 2,7183)^2}$ 2
- (omdat $0,00216^2$ en $(0,00216t - 2,7183)^2$ beide voor elke waarde van t positief zijn, geldt:) S'' is voor elke waarde van t negatief 1
- Dus er is sprake van toenemende daling 1

5 maximumscore 4

- Voor het (positieve) verschil V dat de formules kunnen opleveren geldt: $V = \ln(-0,00216t + 2,7183) - (-0,0008t + 1,0000)$ 1
- Beschrijven hoe het maximum van V gevonden kan worden 1
- Dit maximum is $2,9551 \cdot 10^{-5}$ 1
- Het maximale verschil voor de lengte van meneer Jansen is dus $170,0 \cdot 2,9551 \cdot 10^{-5} \approx 0,0050$ cm (of 0,005 cm) 1

Gelijkzijdige driehoeken

6 maximumscore 3

- $\angle ACB = 60°$, dus $\angle ACD = 180° - 60° = 120°$; *(gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek), gestrekte hoek* 1
- $\angle ACD + \angle AED = 120° + 60° = 180°$ 1
- Dus is *ACDE* een koordenvierhoek; *omgekeerde koordenvierhoekstelling* 1

7 maximumscore 5

- *ACDE* is een koordenvierhoek, dus *ACDE* heeft een omgeschreven cirkel 1
- $\angle DAE = \angle DCE$; *constante hoek* 1
- $\angle DCE = \angle DBA = 60°$; *F-hoeken, (gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek)* 1
- Hieruit volgt $\angle DAE = 60°$ 1
- $\angle AED = \angle DAE = 60°$ geeft $\angle ADE = 60°$, dus driehoek *EAD* is gelijkzijdig; *hoekensom driehoek, (gelijkbenige driehoek)* 1

of

- *ACDE* is een koordenvierhoek, dus *ACDE* heeft een omgeschreven cirkel 1
- $\angle ADE = \angle ACE$; *constante hoek* 1
- $\angle ACE = \angle BAC = 60°$; *Z-hoeken, (gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek)* 1
- Hieruit volgt $\angle ADE = 60°$ 1
- $\angle AED = \angle ADE = 60°$ geeft $\angle DAE = 60°$, dus driehoek *EAD* is gelijkzijdig; *hoekensom driehoek, (gelijkbenige driehoek)* 1

8 maximumscore 4

- Het tekenen van de lijn door *C* evenwijdig aan *AB* 1
- Het tekenen van *M*, het snijpunt van deze lijn met *m* 1
- De tekening van driehoek *AKM* 1
- Een toelichting, waarbij verwezen wordt naar de stam van vraag 6 en 7 1

of

- Het tekenen van de lijn door *B* evenwijdig aan *AC* 1
- Het tekenen van *M*, het snijpunt van deze lijn met *m* 1
- De tekening van driehoek *AKM* 1
- Een toelichting, waarbij verwezen wordt naar de stam van vraag 6 en 7 1

Evenwijdige lijnen

9 maximumscore 8

- De oppervlakte van het gebied ingesloten door de grafiek van f, de x-as en de y-as is $\int_0^4 (4-\frac{1}{4}x^2)\,\mathrm{d}x$ — 1
- Een primitieve van $4-\frac{1}{4}x^2$ is $4x-\frac{1}{12}x^3$ — 1
- $\left[4x-\frac{1}{12}x^3\right]_0^4 = 10\frac{2}{3}$ — 1
- De oppervlakte van het bovenste vlakdeel is $\frac{1}{2}c^2-10\frac{2}{3}$ — 1
- De oppervlakte van het onderste vlakdeel is $10\frac{2}{3}-\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 4 = 2\frac{2}{3}$ — 1
- Beide oppervlakten zijn gelijk als $\frac{1}{2}c^2-10\frac{2}{3}=2\frac{2}{3}$, dus als $\frac{1}{2}c^2=13\frac{1}{3}$ ofwel $c^2=26\frac{2}{3}=\frac{80}{3}$ — 2
- $c=\sqrt{\frac{80}{3}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) — 1

Een leugendetector

10 maximumscore 3

- De verwachtingswaarde is $1\cdot 0,88+4\cdot 0,25$ — 2
- Het antwoord: 1,88 — 1

11 maximumscore 5

- De kans dat de leugenaar als leugenaar wordt aangewezen en de waarheidsprekers niet is $0,88\cdot 0,75^4\approx 0,2784$ — 2
- De kans dat de leugenaar niet als leugenaar wordt aangewezen en één van de waarheidsprekers wel is $0,12\cdot 4\cdot 0,25\cdot 0,75^3\approx 0,0506$ — 2
- Het antwoord: ongeveer 0,33 (of ongeveer 33%) — 1

12 maximumscore 5

- Het aantal waarheidsprekers die als leugenaar worden aangewezen, X, is binomiaal verdeeld met n = 10 en p is de kans dat een waarheidspreker als leugenaar wordt aangewezen 1
- Gevraagd wordt de grootste waarde van x zo dat $P(X \geq 1 \mid n = 10, p = x) \leq 0,50$ 1
- Beschrijven hoe $P(X \geq 1 \mid n = 10, p = x) = 0,50$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van deze vergelijking is $x \approx 0,06697$ 1
- De grootste waarde van x die aan de ongelijkheid voldoet, is ongeveer 0,066 (of 0,06) 1

of

- Als p de kans is dat een waarheidspreker als leugenaar wordt aangewezen, dan is de kans dat geen van de waarheidsprekers aangewezen wordt als leugenaar $(1-p)^{10}$ 1
- Gevraagd wordt de grootste waarde van p zo dat $1-(1-p)^{10} \leq 0,50$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $1-(1-p)^{10} = 0,50$ opgelost kan worden 1
- De oplossing van deze vergelijking is $p \approx 0,06697$ 1
- De grootste waarde van p die aan de ongelijkheid voldoet, is ongeveer 0,066 (of 0,06) 1

Ellips in een cirkel

13 maximumscore 3

- Het tekenen van de middelloodlijn van FA en het snijpunt van deze lijn met MA 2
- Toelichting: het gevraagde punt ligt op MA en heeft gelijke afstanden tot F en de cirkel, dus ligt op de middelloodlijn van FA 1

14 maximumscore 4

- $BF = BA$, want B ligt op de ellips 1
- $\angle BFA = \angle BAF$; *gelijkbenige driehoek* 1
- $\angle FBA = 180° - 2 \cdot \angle BAF$; *hoekensom driehoek* 1
- $\angle MBF = 180° - \angle FBA$, dus $\angle MBF = 2 \cdot \angle BAF = 2 \cdot \angle MAF$; *gestrekte hoek* 1

Bebuikte rechthoeken

15 maximumscore 6

- De oppervlakte van elke cirkelsector is $\frac{t}{2\pi} \cdot \pi \cdot 4^2 = 8t$ 2
- Elke driehoek heeft oppervlakte $\frac{1}{2} \cdot 4\cos t \cdot 4\sin t$ 2
- $O(t) = 2 \cdot 8t + 6 \cdot \frac{1}{2} \cdot 4\cos t \cdot 4\sin t = 16t + 48 \cdot \sin t \cdot \cos t$ 1
- Dus $O(t) = 16t + 24 \cdot 2\sin t\cos t = 16t + 24 \cdot \sin 2t$ 1

16 maximumscore 4

- De hoogte is 4, dus $\sin t = \frac{2}{4}$ 1
- Dit geeft $t = \frac{1}{6}\pi$ 1
- De oppervlakte is dan $2\frac{2}{3}\pi + 12\sqrt{3}$ 2

17 maximumscore 7

- $O'(t) = 16 + 48 \cdot \cos 2t$ 2
- O is maximaal als $\cos 2t = -\frac{1}{3}$ 1
- Dit geeft $1 - 2\sin^2 t = -\frac{1}{3}$ en dus $\sin^2 t = \frac{2}{3}$ 2
- Hieruit volgt (omdat $0 < t < \frac{1}{2}\pi$) $\sin t = \sqrt{\frac{2}{3}}$ 1
- De hoogte is $8 \cdot \sin t = 8 \cdot \sqrt{\frac{2}{3}}$ $(= \frac{8}{3}\sqrt{6})$ 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 26 juni naar Cito.