Correctievoorschrift VWO

2008

tijdvak 2

wiskunde B1,2

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel
5 Inzenden scores

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr 18 van 31 juli 2002).
Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1. De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2. De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3. De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.

4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.
2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, ..., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.
3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.
3.9 indien een kandidaat op grond van een algemeen geldende woordbetekenis, zoals bijvoorbeeld vermeld in een woordenboek, een antwoord geeft dat vakinhoudelijk onjuist is, worden aan dat antwoord geen scorepunten toegekend, of tenminste niet de scorepunten die met de vakinhoudelijke onjuistheid gemoeid zijn.

4 Het juiste antwoord op een meerkeuzevraag is de hoofdletter die behoort bij de juiste keuzemogelijkheid. Voor een juist antwoord op een meerkeuzevraag wordt het in het beoordelingsmodel vermelde aantal punten toegekend. Voor elk ander antwoord worden geen scorepunten toegekend. Indien meer dan één antwoord gegeven is, worden eveneens geen scorepunten toegekend.
5 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
6 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.
7 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn. Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.
8 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.
9 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

NB Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor dit examen kunnen maximaal 82 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Vraag	Antwoord	Scores

Een zwaartepunt

1 maximumscore 6

- $x \cdot (f(x))^2 = x(1-x^2) = x - x^3$ 2
- Een primitieve van $x - x^3$ is $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4}x^4$ 1
- $\int_0^1 x \cdot (f(x))^2 \mathrm{d}x = \frac{1}{4}$ 1
- $V = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}\pi = \frac{2}{3}\pi$ 1
- $x_Z = \dfrac{\frac{1}{4}\pi}{\frac{2}{3}\pi} = \frac{3}{8}$ $(= 0{,}375)$ 1

Onder een grafiek

2 maximumscore 4

- Opgelost moet worden: $\mathrm{e}^{-p^2} = 2p$ 1
- Beschrijven hoe deze vergelijking kan worden opgelost 1
- $p \approx 0{,}42$ 1
- De oppervlakte van het vierkant is ongeveer 0,7 1

3 maximumscore 5

- Voor de oppervlakte $O(p)$ van de rechthoek geldt: $O(p) = 2p \cdot \mathrm{e}^{-p^2}$ 1
- $O'(p) = 2 \cdot \mathrm{e}^{-p^2} + 2p \cdot -2p \cdot \mathrm{e}^{-p^2}$ 2
- $O'(p) = 0$ geeft $2 - 4p^2 = 0$ 1
- Het antwoord $p = \sqrt{\frac{1}{2}}$ (of een gelijkwaardige uitdrukking) 1

Een dobbelspel

4 maximumscore 3

- K moet met de ene dobbelsteen een stip werpen en met de andere dobbelsteen een A, of omgekeerd 1
- De kans op één van die volgordes is $\frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6}$ 1
- De kans is $2 \cdot \frac{4}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{2}{9}$ 1

5 maximumscore 4

- Dat kan alleen als L zijn fiche niet kwijt raakt en vervolgens K zijn beide fiches wel kwijt raakt 1
- De kans dat L zijn fiche niet kwijt raakt, is $\frac{4}{6}$ 1
- De kans dat K zijn fiches kwijt raakt, is $\left(\frac{2}{6}\right)^2$ 1
- De gevraagde kans is $\frac{4}{6} \cdot \left(\frac{2}{6}\right)^2 = \frac{2}{27}$ (of ongeveer 0,074) 1

6 maximumscore 6

- Het aantal keer X dat K wint, is binomiaal verdeeld met n = 10 en $p = 0{,}43$ 1
- Het aantal keer Y dat L wint, is binomiaal verdeeld met n = 10 en $p = 0{,}57$ 1
- Beschrijven hoe P($X \geq 7$) en P($Y \geq 7$) met de GR kunnen worden berekend 1
- P($X \geq 7$) $\approx$ 0,0806 1
- P($Y \geq 7$) $\approx$ 0,3102 1
- De kans dat een van de spelers minstens 7 keer wint, is ongeveer $0{,}0806 + 0{,}3102 \approx 0{,}39$ 1

of

- P(K of L wint minstens 7 keer) = P(K wint minstens 7 keer) + P(K wint hoogstens 3 keer) 2
- De gevraagde kans is $1-(\mathrm{P}(X=4)+\mathrm{P}(X=5)+\mathrm{P}(X=6))$, waarbij X binomiaal verdeeld is met n = 10 en p = 0,43 (of p = 0,57) 2
- Beschrijven hoe deze kans met de GR berekend kan worden 1
- De gevraagde kans is ongeveer 0,39 1

Driehoek en cirkel

7 maximumscore 5

Met $\angle ABD = \beta$ en $\angle AED = \gamma$:

- $\angle ADB = \angle ABD = \beta$ en $\angle ADE = \angle AED = \gamma$; *gelijkbenige driehoek* 1
- $\alpha = \angle BAD + \angle DAE = 180° - 2\beta + 180° - 2\gamma = 360° - 2\beta - 2\gamma$; *hoekensom driehoek* 2
- $\angle CDE = 180° - \angle ADE - \angle ADB = 180° - \gamma - \beta$; *gestrekte hoek* 1
- Dus $\angle CDE = \frac{1}{2}\alpha$ 1

of

- $\angle ADE = \angle AED = 90° - \frac{1}{2}\angle DAE$; *gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek* 2
- $\angle ADB = \angle ABD = 90° - \frac{1}{2}\angle DAB$; *gelijkbenige driehoek, hoekensom driehoek* 1
- $\angle EDB = \angle ADE + \angle ADB = 180° - \frac{1}{2}(\angle DAE + \angle DAB) = 180° - \frac{1}{2}\alpha$ 1
- $\angle CDE = 180° - \angle EDB = \frac{1}{2}\alpha$; *gestrekte hoek* 1

of

- Kies een punt F op de grote cirkelboog EB, dan $\angle BFE = \frac{1}{2}\angle BAE = \frac{1}{2}\alpha$; *stelling van de omtrekshoek* 2
- $\angle EDB = 180° - \angle BFE = 180° - \frac{1}{2}\alpha$; *koordenvierhoekstelling* 2
- $\angle CDE = 180° - \angle EDB = \frac{1}{2}\alpha$; *gestrekte hoek* 1

Opmerking
Als ABDE (ten onrechte) voor een koordenvierhoek aangezien is, voor deze vraag geen punten toekennen.

Dozen met vaste inhoud

8 maximumscore 6

- De bodem is $15,0 - 2x$ bij $15,0 - 2x$ 1
- De inhoud is $x(15,0 - 2x)^2$ 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $x(15,0 - 2x)^2 = 100$ opgelost kan worden 1
- $x \approx 0,51$ of $x \approx 5,34$ 2
- De lengte is ongeveer $15,0 + 15,0 - 0,51 \approx 29,5$ (dm) of ongeveer $15,0 + 15,0 - 5,34 \approx 24,7$ (dm) 1

9 **maximumscore 3**

- De bodem is $b-2x$ bij $b-2x$ — 1
- De inhoud is $x(b-2x)^2$ — 1
- Uit $x(b-2x)^2 = 100$ volgt $(b-2x)^2 = \dfrac{100}{x}$ — 1

10 **maximumscore 5**

- De lengte van de rechthoek is $2b-x$ — 1
- $A = b(2b-x)$ — 1
- $A = \left(2x + \dfrac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x + \dfrac{20}{\sqrt{x}}\right)$ — 1
- Herleiden tot $A = 6x^2 + 70\sqrt{x} + \dfrac{200}{x}$ — 2

of

- $b = 2x + \dfrac{10}{\sqrt{x}}$, dus de breedte van de doos is $\dfrac{10}{\sqrt{x}}$ — 2
- $A = \left(2x + \dfrac{10}{\sqrt{x}}\right)\left(3x + \dfrac{20}{\sqrt{x}}\right)$ — 1
- Herleiden tot $A = 6x^2 + 70\sqrt{x} + \dfrac{200}{x}$ — 2

11 **maximumscore 4**

- Het stuk karton voor de tweede doos heeft oppervlakte $6(4x_1)^2 + 70\sqrt{4x_1} + \dfrac{200}{4x_1}$ — 2
- Beschrijven hoe de vergelijking $6x_1^2 + 70\sqrt{x_1} + \dfrac{200}{x_1} = 6(4x_1)^2 + 70\sqrt{4x_1} + \dfrac{200}{4x_1}$ kan worden opgelost — 1
- Het antwoord: $x_1 \approx 0,97$ (dm) — 1

of

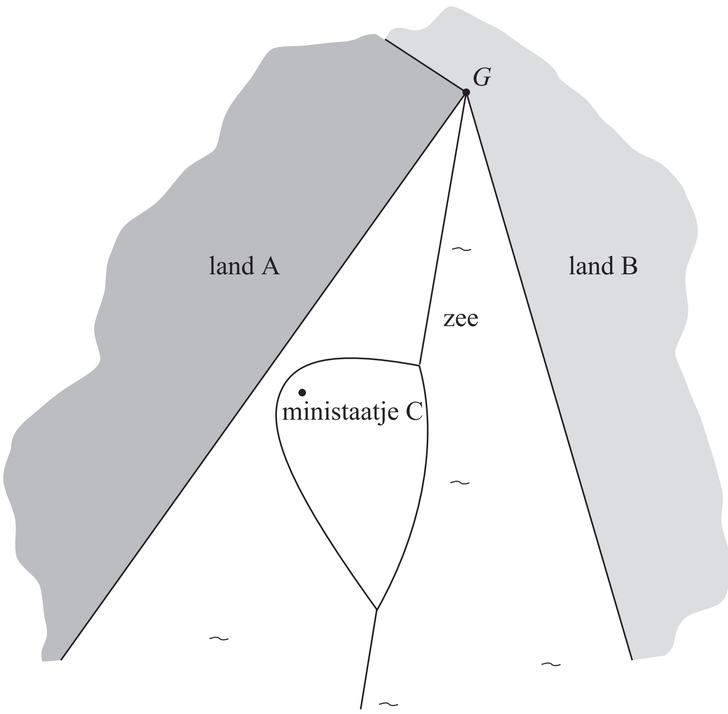
- Het stuk karton voor de tweede doos heeft oppervlakte $A(4x_1)$ — 1
- Beschrijven hoe de vergelijking $A(x_1) = A(4x_1)$ met de GR kan worden opgelost — 2
- Het antwoord: $x_1 \approx 0,97$ (dm) — 1

Opmerking
Als bij de uitwerking x geschreven is in plaats van x_1, hiervoor geen punten aftrekken.

Zee verdelen

12 maximumscore 6

- De grens tussen de zee van A en de zee van B bestaat uit (twee delen van) de bissectrice van hoek *G* 1
- De grens tussen de zee van A en de zee van C is een deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van A; de grens tussen de zee van B en de zee van C is een deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van B 1
- Het tekenen van het 'bovenste' deel van de bissectrice van hoek *G* 1
- Het tekenen van het 'onderste' deel van de bissectrice van hoek *G* 1
- Het tekenen van het deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van A 1
- Het tekenen van het deel van de parabool met brandpunt C en richtlijn de kust van B 1



Opmerking
Voor elk ontbrekend drielandenpunt één punt in mindering brengen.

13 maximumscore 4

- $\angle KDL = 180° - \alpha$; *hoekensom vierhoek* 1
- De raaklijnen zijn bissectrices van hoek CDK en hoek CDL; *raaklijneigenschap parabool* 2
- Dus $\beta = \frac{1}{2}\angle KDL = \frac{1}{2}(180° - \alpha) = 90° - \frac{1}{2}\alpha$ 1

Exponentiële rijen

14 maximumscore 3

- De juiste plaats van u_1 — 2
- De juiste plaats van u_2 — 1

15 maximumscore 6

- In het grensgeval raakt de grafiek van $y = a^x$ aan de lijn $y = x$ — 1
- Dan geldt voor de x-coördinaat van het raakpunt: $a^x = x$ en $\ln a \cdot a^x = 1$ — 2
- Combineren geeft $\ln a = \dfrac{1}{x}$ — 1
- Hieruit volgt $a = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$ — 1
- $a = \mathrm{e}^{\frac{1}{x}}$ invullen in $a^x = x$ geeft $x = \mathrm{e}$, dus $a = \mathrm{e}^{\frac{1}{\mathrm{e}}}$ — 1

Rechthoek in ovaal

16 maximumscore 4

- $AB = 2\cos\alpha + 2$ en $AD = 2\sin\alpha$ — 2
- De oppervlakte van $ABCD$ is $(2\cos\alpha+2)\cdot 2\sin\alpha = 4\sin\alpha\cos\alpha + 4\sin\alpha$ — 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$ — 1

of

- $AD = 2\sin\alpha$, dus de rechthoek binnen het vierkant heeft oppervlakte $4\sin\alpha$ — 2
- De twee rechthoeken aan de zijkanten hebben elk oppervlakte $2\sin\alpha\cos\alpha$ — 1
- $2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$, dus $O = 2\sin 2\alpha + 4\sin\alpha$ — 1

17 maximumscore 4

- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha$ — 2
- $\dfrac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 4(\cos 2\alpha + \cos\alpha) = 4(2\cdot\cos\frac{2\alpha+\alpha}{2}\cdot\cos\frac{2\alpha-\alpha}{2}) = 8\cdot\cos 1\frac{1}{2}\alpha\cdot\cos\frac{1}{2}\alpha$ — 2

18 maximumscore 4

- $\frac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ of $\cos\frac{1}{2}\alpha = 0$ — 1
- $\cos 1\frac{1}{2}\alpha = 0$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $\cos\frac{1}{2}\alpha = 0$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 2
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

of

- $\frac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha = 0$, dus $4(2\cos^2\alpha - 1) + 4\cos\alpha = 0$ — 1
- $8\cos^2\alpha + 4\cos\alpha - 4 = 0$ geeft $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ (of $\cos\alpha = -1$) — 1
- $\cos\alpha = \frac{1}{2}$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $\cos\alpha = -1$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 1
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

of

- $\frac{\mathrm{d}O}{\mathrm{d}\alpha} = 0$ als $4\cos 2\alpha + 4\cos\alpha = 0$, dus $\cos 2\alpha = -\cos\alpha$ — 1
- $\cos 2\alpha = -\cos\alpha$ geeft $2\alpha = \pi - \alpha + k \cdot 2\pi$ of $2\alpha = \pi + \alpha + k \cdot 2\pi$ — 1
- $2\alpha = \pi - \alpha + k \cdot 2\pi$ geeft $\alpha = \frac{1}{3}\pi$ (of $\alpha \approx 1{,}047$) (en $2\alpha = \pi + \alpha + k \cdot 2\pi$ heeft geen oplossing voor $0 < \alpha < \frac{1}{2}\pi$) — 1
- De maximale oppervlakte is $3\sqrt{3}$ (of ongeveer 5,2) — 1

5 Inzenden scores

Verwerk de scores van alle kandidaten per school in het programma WOLF.
Zend de gegevens uiterlijk op 20 juni naar Cito.