Correctievoorschrift VWO

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs

2005

Tijdvak 2

Het correctievoorschrift bestaat uit:
1 Regels voor de beoordeling
2 Algemene regels
3 Vakspecifieke regels
4 Beoordelingsmodel

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit v.w.o.-h.a.v.o.-m.a.v.o.-v.b.o. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de *Regeling beoordeling centraal examen* vastgesteld (CEVO-02-806 van 17 juni 2002 en bekendgemaakt in Uitleg Gele katern nr. 18 van 31 juli 2002).

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41, 41a en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:

1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen en het proces-verbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past de beoordelingsnormen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het proces-verbaal en de regels voor het bepalen van de score onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past de beoordelingsnormen en de regels voor het bepalen van de score toe die zijn gegeven door de CEVO.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel.
Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, .., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend, in overeenstemming met het beoordelingsmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het beoordelingsmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het beoordelingsmodel;
3.4 indien slechts één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of afleiding of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is aangegeven;
3.7 indien in het beoordelingsmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord of onderdeel van dat antwoord;
3.8 indien in het beoordelingsmodel een gedeelte van het antwoord tussen haakjes staat, behoeft dit gedeelte niet in het antwoord van de kandidaat voor te komen.

4 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

5 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het beoordelingsmodel anders is vermeld.

6 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een examen of in het beoordelingsmodel bij dat examen een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof examen en beoordelingsmodel juist zijn.
Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO. Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het beoordelingsmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

7 Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

8 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer.

N.B.: Het aangeven van de onvolkomenheden op het werk en/of het noteren van de behaalde scores bij de vraag is toegestaan, maar niet verplicht.

3 Vakspecifieke regels

Voor het examen wiskunde B1,2 VWO kunnen maximaal 88 scorepunten worden behaald.

Voor dit examen zijn verder de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Beoordelingsmodel

Antwoorden	Deel-scores
Reistijd	
Maximumscore 3	
1 □ • De snelheid is op de heenreis 20 + v km/u en op de terugreis 20 – v km/u	1
• De heenreis duurt $\frac{10}{20+v}$ uur en de terugreis $\frac{10}{20-v}$ uur	1
• Deze twee opgeteld geeft de totale reistijd	1
Maximumscore 3	
2 □ • Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $\frac{10}{20+v}+\frac{10}{20-v}=2$	1
• beschrijven hoe deze vergelijking met de GR opgelost kan worden	1
• het antwoord 14,14 (km/u)	1
Maximumscore 6	
3 □ • Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v	1
• $T'(v)=\frac{-10}{(20+v)^2}-\frac{-10}{(20-v)^2}$	2
• Wegens (0 <) 20 – v < 20 + v geldt: $\frac{10}{(20-v)^2}>\frac{10}{(20+v)^2}$	2
• de conclusie	1
of	
• Er moet gelden dat $T'(v) > 0$ voor alle waarden van v	1
• $T'(v)=\frac{-10}{(20+v)^2}-\frac{-10}{(20-v)^2}$	2
• $T'(v)=\frac{800v}{(20+v)^2(20-v)^2}$	2
• de conclusie	1
Maximumscore 5	
4 □ • Er moet worden berekend: $\frac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))$	2
• beschrijven hoe met de GR deze berekening uitgevoerd kan worden	1
• $\frac{1}{101}\cdot(T(0)+T(0{,}1)+T(0{,}2)+\ldots+T(10))\approx 1{,}099$ uur	1
• het antwoord 66 minuten	1
Maximumscore 6	
5 □ • Het gemiddelde is $\frac{1}{10}\int_0^{10}\left(\frac{10}{20+v}+\frac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v$	2
• Een primitieve van T is $10\ln(20+v) - 10\ln(20-v)$	2
• $\frac{1}{10}\int_0^{10}\left(\frac{10}{20+v}+\frac{10}{20-v}\right)\mathrm{d}v=\frac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$	1
• de herleiding van $\frac{1}{10}\left(10\ln 30-10\ln 10-0\right)$ tot $\ln 3$	1

Antwoorden	Deel-scores

Maximumsnelheid

Maximumscore 4

6 ☐	• De werkelijke snelheid X is normaal verdeeld met $\mu = 70$ en $\sigma = 70 \cdot 0{,}015$	1
	• De gevraagde kans is $P(X \geq 70 \cdot 1{,}03 \mid \mu = 70 \text{ en } \sigma = 70 \cdot 0{,}015)$	1
	• beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden	1
	• Afgerond op drie decimalen is dit inderdaad gelijk aan 0,023	1

Maximumscore 4

7 ☐	• $\mu = v$ geeft $\sigma = 0{,}015v$	1
	• de ondergrens $1{,}03v$	1
	• $z = \dfrac{1{,}03v - v}{0{,}015v}$ (= 2) is onafhankelijk van v	1
	• De gevraagde kans $P(X \geq 1{,}03v \mid \mu = v \text{ en } \sigma = 0{,}015v)$ is dus ook onafhankelijk van v	1

Opmerking
Als de bedoelde kans voor een aantal waarden van de maximumsnelheden berekend is, ten hoogste 2 punten toekennen voor deze vraag.

Maximumscore 4

8 ☐	• Het aantal keren X dat hij gewaarschuwd wordt, is binomiaal verdeeld met $n = 200$ en $p = 0{,}023$	1
	• $P(X > 2) = 1 - P(X \leq 2)$	1
	• beschrijven hoe met de GR deze kans berekend kan worden	1
	• het antwoord 0,84	1

Achtervolging

Maximumscore 4

9 ☐	• P en Q vallen voor het eerst samen als $\frac{11}{10}t = t + \frac{2}{3}\pi$	2
	• het antwoord: na ongeveer 21 seconden	2
	of	
	• P moet $\frac{2}{3}\pi$ rad inhalen	1
	• P loopt per seconde $\frac{1}{10}$ rad in op Q	2
	• Dus P haalt Q voor het eerst in na $\dfrac{\frac{2}{3}\pi}{\frac{1}{10}} \approx 21$ seconden	1

Maximumscore 5

10 ☐	• $\dfrac{x_P(t) + x_Q(t)}{2} = \dfrac{5\cos\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\cos\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\cos\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	2
	• $\dfrac{y_P(t) + y_Q(t)}{2} = \dfrac{5\sin\left(\frac{11}{10}t\right) + 5\sin\left(t + \frac{2}{3}\pi\right)}{2} = 5\sin\left(\frac{21}{20}t + \frac{1}{3}\pi\right) \cdot \cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	2
	• $\varphi(t) = 5\cos\left(\frac{1}{20}t - \frac{1}{3}\pi\right)$	1

Antwoorden	Deel-scores

Snijpunten met een ellips

Maximumscore 4

11 □	• S_1 ligt op de conflictlijn dus $S_1A = S_1F$	1
	• Dus is S_1 het snijpunt van de middelloodlijn van AF met AB	1
	• Evenzo is S_2 het snijpunt van de middelloodlijn van BF met AB	1
	• de tekening	1

Maximumscore 5

12 □	• $PX = PF$, dus $\angle PXF = \angle PFX$ $(= x)$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• $QY = QF$, dus $\angle QYF = \angle QFY$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek*	1
	• $x + \beta + y = 180°$ (1) ; *hoekensom driehoek*	1
	• (1) gecombineerd met $x + \alpha + y = \beta$ geeft $\beta - \alpha = 180° - \beta$	1
	• $2\beta = \alpha + 180°$ geeft $\beta = \frac{1}{2}\alpha + 90°$	1

Exponentiële functie

Maximumscore 5

13 □	• $f'(x) = -\mathrm{e}^{-x}$	1
	• De richtingscoëfficiënt van lijn AB is $\frac{1}{\mathrm{e}} - 1$	1
	• Gezocht wordt de oplossing van de vergelijking $-\mathrm{e}^{-x} = \frac{1}{\mathrm{e}} - 1$	1
	• beschrijven hoe deze vergelijking algebraïsch of met de GR opgelost kan worden	1
	• $x \approx 0{,}46$	1

Maximumscore 7

14 □	• De oppervlakte van W is $\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-a} + \mathrm{e}^{-(a+1)}\right)$	2
	• De oppervlakte van V is $\int_a^{a+1} \mathrm{e}^{-x}\mathrm{d}x$	1
	• Een primitieve van e^{-x} is $-\mathrm{e}^{-x}$	1
	• De oppervlakte van V is $-\mathrm{e}^{-(a+1)} + \mathrm{e}^{-a}$	1
	• de verhouding $\dfrac{\frac{1}{2}\left(\mathrm{e}^{-a} + \mathrm{e}^{-(a+1)}\right)}{\mathrm{e}^{-a} - \mathrm{e}^{-(a+1)}}$ herleiden tot $\dfrac{\frac{1}{2}\left(1 + \mathrm{e}^{-1}\right)}{1 - \mathrm{e}^{-1}}$ (of $\dfrac{\frac{1}{2}(\mathrm{e}+1)}{\mathrm{e}-1}$) (dus onafhankelijk van a)	2

Antwoorden	Deel-scores

Vijf punten op een cirkel

Maximumscore 6

15 □ • De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig — 1
- $\angle M_1EA = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$ en $\angle M_1BD = \frac{1}{2}(180° - \angle M_1)$; *gelijkbenige driehoek* en *hoekensom driehoek* — 2
- $\angle M_1EA + \angle AED = 180°$ — 1
- Dus $\angle M_1BD + \angle AED = 180°$ — 1
- Hieruit volgt dat vierhoek $ABDE$ een koordenvierhoek is — 1

of

- De driehoeken AM_1E en BM_1D zijn gelijkbenig — 1
- $\angle M_1EA = \angle M_1AE$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- Dus $\angle AED = \angle EAB$ $(= x)$ — 1
- $\angle M_1DB = \angle M_1BD$ $(= y)$; *gelijkbenige driehoek* — 1
- $2x + 2y = 360°$; *hoekensom vierhoek*, dus $x + y = 180°$ — 1
- Dus vierhoek $ABDE$ is een koordenvierhoek — 1

Maximumscore 4

16 □ • A, B, D en E liggen op één cirkel (zie vraag 15) — 1
- Op dezelfde manier is aan te tonen dat A, B, C en D op één cirkel liggen — 1
- Dus alle vijf punten liggen op de cirkel door de punten A, B en D — 2

Periodieke rijen

Maximumscore 5

17 □ • $u_2 = \dfrac{5}{21}$, $u_3 = 3$ en $u_4 = 7$ — 2
- Dus de periode van de rij is 3 — 1
- Dan is $u_{2005} = u_1 = 7$ — 2

Maximumscore 4

18 □ • Uit $u_0 = u_1$ volgt $b = a$ — 1
- Uit $u_2 = \dfrac{5}{u_0 \cdot u_1}$ en $u_2 = a$ volgt $a^3 = 5$ — 2
- $a = b = \sqrt[3]{5}$ — 1

Maximumscore 4

19 □ • $P_{3k+1} = \underbrace{u_0 \cdot u_1 \cdot u_2}_{=5} \cdot \underbrace{u_3 \cdot u_4 \cdot u_5}_{=5} \cdot \ldots \cdot \underbrace{u_{3k-3} \cdot u_{3k-2} \cdot u_{3k-1}}_{=5} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1}$ — 1
- $u_0 \cdot u_1 \cdot u_2 = 5, u_3 \cdot u_4 \cdot u_5 = 5$ enzovoort geeft $P_{3k-1} = 5^k$ — 2
- $P_{3k+1} = P_{3k-1} \cdot u_{3k} \cdot u_{3k+1} = 5^k \cdot 3 \cdot 7 = 21 \cdot 5^k$ — 1

inzenden scores

Verwerk de scores van de alfabetisch eerste vijf kandidaten per school in het programma Wolf of vul de scores in op de optisch leesbare formulieren.
Zend de gegevens uiterlijk op 24 juni naar de Citogroep.

Einde