

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 13 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van opgave 3 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1

Gegeven is de functie $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 + 1}$

10p **1** Onderzoek de functie f en teken de grafiek van f .

l is de lijn met vergelijking $y = -\frac{1}{5}x + 1$.

8p **2** Bereken de coördinaten van de snijpunten van l en de grafiek van f .

6p **3** Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de grafiek van f en de beide coördinaatassen.

Opgave 2

De kromme K is gegeven door:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{\cos t} \\ y = 2 \sin t \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi] \setminus \{\frac{1}{2}\pi, 1\frac{1}{2}\pi\}$.

In figuur 1 is K getekend.

4p **4** Stel een vergelijking op voor elk van de asymptoten van K . Geef een toelichting.

8p **5** Toon aan dat de lijn met vergelijking $y = x$ raakt aan K .

Voor $t \in [0, \frac{1}{2}\pi)$ voldoen de coördinaten van de punten van K aan de vergelijking:

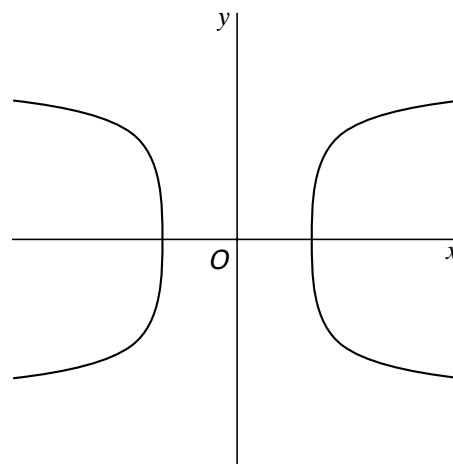
$$y = \sqrt{4 - \frac{4}{x^2}}$$

5p **6** Toon dit aan.

V is het vlakdeel ingesloten door K , de positieve x -as en de lijn met vergelijking $y = x$. V wordt gewenteld om de x -as.

8p **7** Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat zo ontstaat; rond het antwoord af op twee decimalen.

figuur 1



Opgave 3

Van de vierzijdige piramide $T.ABCD$, die in figuur 2 en op de bijlage is afgebeeld, is gegeven:

$ABCD$ is een rechthoek met $AB = 3$ en $AD = 6$.

Driehoek TAD is gelijkzijdig en vlak TAD staat loodrecht op vlak $ABCD$.

- 5p **8** □ Toon aan dat de hoek tussen de vlakken TBC en $ABCD$ gelijk is aan 60° .

M is het midden van TD .

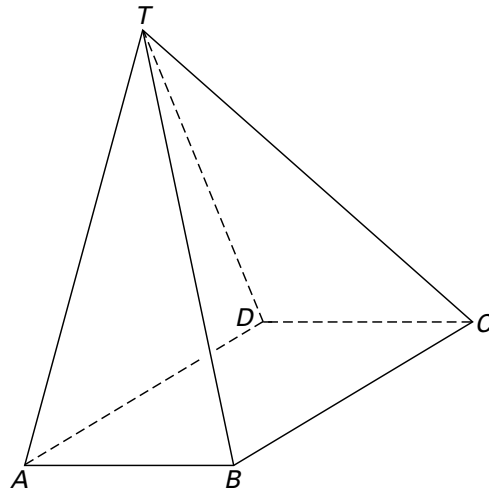
Vlak MAB verdeelt de piramide in twee delen.

- 8p **9** □ Bereken de inhoud van het deel waar het punt T toe behoort.

Driehoek TAD wordt gewenteld om AD , zo dat het beeld T' van T in vlak TBC ligt en niet samenvalt met T .

- 7p **10** □ Bereken de lengte van de cirkelboog TT' .

figuur 2



Opgave 4

Gegeven zijn de functies:

$$f : x \rightarrow e^{-x^2} \quad \text{en} \quad g : x \rightarrow e^{x^2}$$

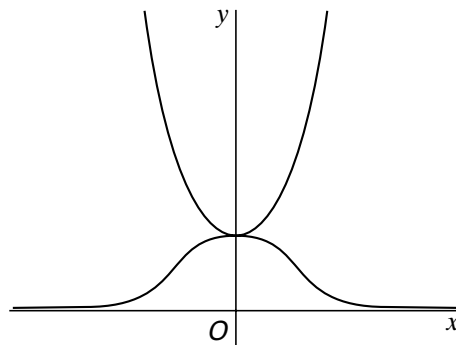
In figuur 3 zijn de grafieken van f en g getekend.

De lijn $x = p$ snijdt de grafiek van f in A en de grafiek van g in B .

- 6p **11** □ Bereken voor welke p geldt: de raaklijn in A aan de grafiek van f en de raaklijn in B aan de grafiek van g staan loodrecht op elkaar.

- 8p **12** □ Bereken voor welke p geldt: $AB = \frac{8}{3}$.

figuur 3



Gegeven is nu de verzameling functies: $f_a : x \rightarrow e^{ax^2}$ met $a > 0$.

P_a is een punt op de grafiek van f_a waarvoor geldt dat de raaklijn aan de grafiek van f_a in dat punt door de oorsprong gaat.

- 7p **13** □ Toon aan dat alle punten P_a op één lijn liggen.

Einde