Wiskunde B1,2 (nieuwe stijl)

Correctievoorschrift VWO

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs

2001

Tijdvak 1

Inzenden scores
Uiterlijk op 30 mei de scores van de alfabetisch eerste tien kandidaten per school op de daartoe verstrekte optisch leesbare formulieren naar de Citogroep zenden.

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VWO/HAVO/MAVO/VBO. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-94-427 van september 1994) en bekendgemaakt in het Gele Katern van Uitleg, nr. 22a van 28 september 1994.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:
1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven en het procesverbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past bij zijn beoordeling de normen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het procesverbaal en de regels voor het bepalen van de cijfers onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past bij zijn beoordeling de normen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend in overeenstemming met het antwoordmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, .., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is. Andere scorepunten die geen gehele getallen zijn, of een score minder dan 0 punten, zijn niet geoorloofd.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het antwoordmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het antwoordmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het antwoordmodel;
3.4 indien één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;

3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;
3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het antwoordmodel anders is aangegeven;
3.7 indien in het antwoordmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord.

4 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het antwoordmodel anders is vermeld.

5 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het antwoordmodel anders is vermeld.

6 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een toets of in het antwoordmodel bij die toets een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof toets en antwoordmodel juist zijn.
Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO.
Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het antwoordmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

7 Voor deze toets kunnen maximaal 91 scorepunten worden behaald. Scorepunten worden toegekend op grond van het door de kandidaat gegeven antwoord op iedere vraag. Er worden geen scorepunten vooraf gegeven.

8 Het cijfer voor het centraal examen wordt als volgt verkregen.
Eerste en tweede corrector stellen de score voor iedere kandidaat vast. Deze score wordt meegedeeld aan de directeur.
De directeur stelt het cijfer voor het centraal examen vast op basis van de regels voor omzetting van score naar cijfer (artikel 42, tweede lid, Eindexamenbesluit VWO/HAVO/MAVO/VBO).
Dit cijfer kan afgelezen worden uit tabellen die beschikbaar worden gesteld. Tevens wordt er een computerprogramma verspreid waarmee voor alle scores het cijfer berekend kan worden.

3 Vakspecifieke regels

Voor het vak Wiskunde B 1,2 (nieuwe stijl) VWO zijn de volgende vakspecifieke regels vastgesteld:

1 Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

2 De algemene regel 3.6 geldt ook bij de vragen waarbij de kandidaten de Grafische rekenmachine (GR) gebruiken. Bij de betreffende vragen doen de kandidaten er verslag van hoe zij de GR gebruiken.

4 Antwoordmodel

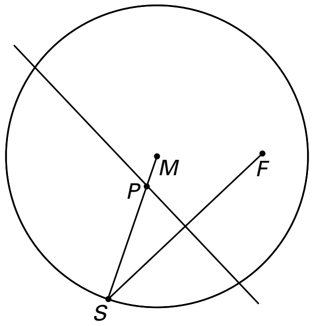
Antwoorden | Deelscores

Boottocht

Maximumscore 5

1 □ • Het gezochte punt is het snijpunt van MS en de middelloodlijn van het lijnstuk SF — 2

• een correcte tekening van het punt — 3

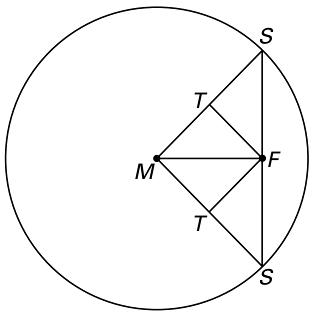


Maximumscore 6

2 □ • $TF = TS = TM$, met T het midden van SM — 2

• dus $\angle MFS = 90°$ — 2

• een correcte tekening — 2



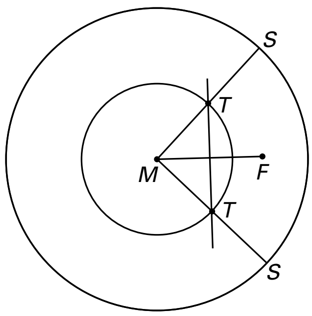
of

• Het punt T ligt op de middelloodlijn van lijnstuk FM, met T het midden van SM — 1

• MT is de helft van de straal van het meer — 1

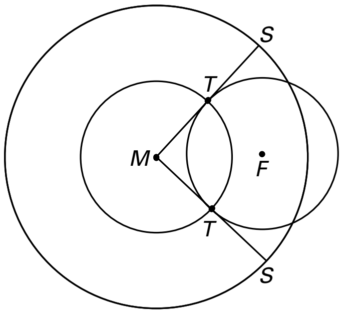
• T is één van de snijpunten van middelloodlijn van MF en de cirkel met middelpunt M en als straal de helft van de straal van het meer — 2

• een correcte tekening — 2



of

- T ligt op de cirkel met als middelpunt M en als straal de helft van de straal van het meer **2**
- T ligt op de cirkel met als middelpunt F en als straal de helft van de straal van het meer **2**
- een correcte tekening **2**



Oppervlaktebenadering

Maximumscore 3

3 □
- Het trapezium bestaat uit een rechthoek met zijden Δt en c_{k+1} en een rechthoekige driehoek met rechthoekszijden Δt en $c_k - c_{k+1}$ **1**
- Dus de oppervlakte van het trapezium is $\Delta t \cdot c_{k+1} + \frac{1}{2}\Delta t \cdot (c_k - c_{k+1}) = \frac{1}{2}(c_k + c_{k+1}) \cdot \Delta t$ **2**

Maximumscore 4

4 □
- De AUC wordt benaderd door de som van de trapezia **1**
- De som van de oppervlakten van de trapezia is $\sum_{p=0}^{n-1} \frac{1}{2}(c_p + c_{p+1}) \cdot \Delta t$ **1**
- Dit herleiden tot $\left(\frac{1}{2}(c_0 + c_n) + \sum_{p=1}^{n-1} c_p\right) \cdot \Delta t$ **2**

Maximumscore 5

5 □
- De oppervlakte is $\int_1^5 32 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}}\, \mathrm{d}t$ **1**
- Een primitieve van $t \to 32 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}}$ is $t \to \dfrac{32 \cdot \mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}}}{-\frac{1}{2}}$ **2**
- Dus de oppervlakte is $\left[-64\mathrm{e}^{-\frac{1}{2}t + \frac{1}{2}}\right]_1^5 = -64\mathrm{e}^{-2} + 64\mathrm{e}^{0}$ **1**
- Dit is gelijk aan $64 - \dfrac{64}{\mathrm{e}^2}$ **1**

Maximumscore 7

6 □
- $\Delta t = \frac{1}{2}$ **1**
- De oppervlakte is $\frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}(32\mathrm{e}^{0} + 32\mathrm{e}^{-2}) + \sum_{p=1}^{7} 32\mathrm{e}^{-\frac{1}{4}p}\right)$ **3**
- Het antwoord is ongeveer 55,62646 (via grafische rekenmachine of formule) **2**
- Dit wijkt 0,52% af van de werkelijke oppervlakte **1**

Antwoorden	Deel-scores

Machten van sinus en cosinus

Maximumscore 5

7 □ • Lijn AB heeft als vergelijking $y = 1 - x$ — 2

• De lengte L van een verbindingslijnstuk is $L = 1 - x - (1 - \sqrt{x}\,)^2$ — 2

• Dit herleiden tot $L = -2x + 2\sqrt{x}$ — 1

Maximumscore 4

8 □ • Het differentiëren geeft $\dfrac{dL}{dx} = -2 + 2 \cdot \dfrac{1}{2\sqrt{x}} = -2 + \dfrac{1}{\sqrt{x}}$ — 1

• De vergelijking $\dfrac{dL}{dx} = 0$ oplossen geeft $x = \frac{1}{4}$ — 2

• De maximale lengte is $\frac{1}{2}$ — 1

Maximumscore 5

9 □ • $\begin{cases} x'(t) = -6\cos^5 t \sin t \\ y'(t) = 6\sin^5 t \cos t \end{cases}$ — 3

• De richtingscoëfficiënt van de raaklijn is $\dfrac{6\sin^5 t \cos t}{-6\cos^5 t \sin t} = -\dfrac{\sin^4 t}{\cos^4 t}$ — 1

• Dit herleiden tot $-\tan^4 t$ — 1

Maximumscore 3

10 □ • Het oplossen van de vergelijking $-\tan^4 t = -9$ geeft $t = \frac{1}{3}\pi$ (of $t \approx 1{,}0472$) — 2

• Het punt P heeft als coördinaten $(\frac{1}{64}, \frac{27}{64})$ (of $(0{,}0156; 0{,}4219)$) — 1

Maximumscore 6

11 □ • Dit geldt voor $n = 2$ — 1

• In de vergelijking van de lijn x en y substitueren — 1

• $1 - x = 1 - \cos^2 t = \sin^2 t = y$, dus het klopt — 1

• Dit geldt voor $n = 4$ — 1

• In de vergelijking van de kromme x en y substitueren — 1

• $(1 - \sqrt{x})^2 = (1 - \sqrt{\cos^4 t})^2 = (1 - \cos^2 t)^2 = (\sin^2 t)^2 = \sin^4 t = y$, dus het klopt — 1

Water met koolzuur

Maximumscore 5

12 • Het aantal mogelijke volgordes is 18! — 1

• Het aantal mogelijke volgordes met eerst zes kraanwaters en vervolgens een flessenwater is $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 9 \cdot (11)!$ — 3

• De gevraagde kans is 0,0034 — 1

of

• De kans dat de eerste zes kraanwaters zijn, is $\frac{9}{18} \cdot \frac{8}{17} \cdot \frac{7}{16} \cdot \frac{6}{15} \cdot \frac{5}{14} \cdot \frac{4}{13}$ — 2

• De kans dat de volgende een flessenwater is, is $\frac{9}{12}$ — 2

• De gevraagde kans is 0,0034 — 1

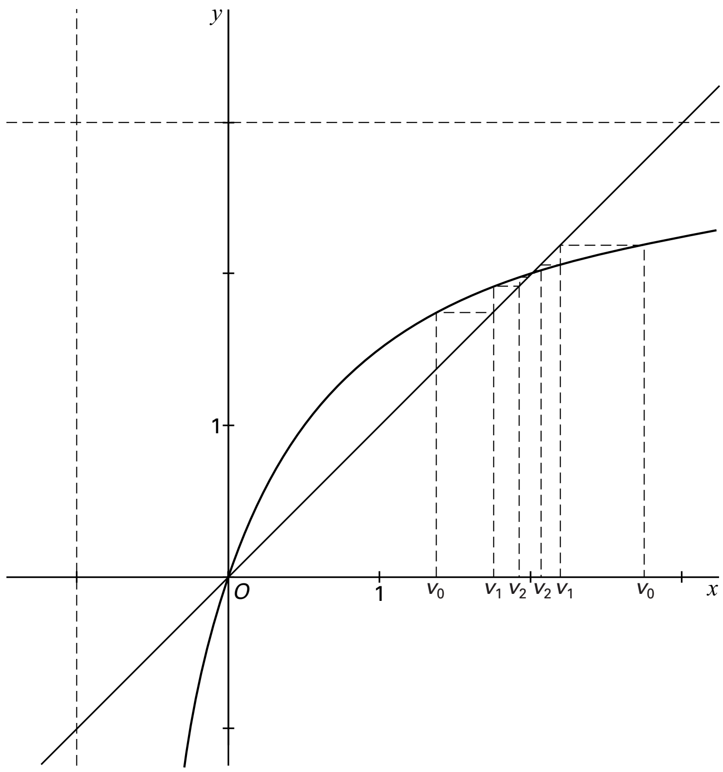
Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 4	
13 □ • De gevraagde kans is $P(X \geq 11 \mid p = 0{,}20 \text{ en } n = 31)$	2
• Het antwoord is 0,0327 (binomiale verdeling)	2

Een functie en een rij

Maximumscore 8	
14 □ • De oppervlakte van de rechthoek is $3b$	1
• $\int_0^b f(x)\mathrm{d}x = \frac{3}{2}b$	3
• $\left[3x - 3\ln\lvert x+1\rvert\right]_0^b = \frac{3}{2}b$	1
• $3b - 3\ln(b+1) = \frac{3}{2}b$	1
• Het antwoord $b \approx 2{,}51$ berekenen	2

Maximumscore 6	
15 □ • Snijpunten van de lijn $y = x$ met de grafiek van f zijn $(0, 0)$ en $(2, 2)$	2
• Een webgrafiek tekenen met verschillende gevallen	2
• Als $v_0 > 0$ dan convergeert de rij naar 2	1
• Als $v_0 = 0$ dan convergeert de rij naar 0	1

voorbeeld van een webgrafiek



Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 5	
16 □ • De functie is niet gedefinieerd voor $x = -1$	1
• Dus als $v_0 = -1$ bestaat de rij uit één term	1
• Als voor een waarde van n geldt $f(v_n) = -1$ bestaat de rij uit een eindig aantal termen	2
• Dat levert bijvoorbeeld $v_0 = -\frac{1}{4}$	1

Bewegende, gelijkbenige, rechthoekige driehoek

Maximumscore 5	
17 □ • Vierhoek $DBCA$ is een koordenvierhoek, want $\angle D + \angle C = 90° + 90° = 180°$	2
• $\angle BDC = \angle BAC$ (= 45°) (dit zijn hoeken die op dezelfde cirkelboog staan)	2
• Dus C ligt op de bissectrice van $\angle D$	1
of	
• Vierhoek $DBCA$ is een koordenvierhoek, want $\angle D + \angle C = 90° + 90° = 180°$	2
• De koorden AC en BC zijn gelijk, dus $\angle ADC = \angle BDC$	2
• Dus C ligt op de bissectrice van $\angle D$	1
of	
• $\angle C'BC + 45° = 90° + \angle DAB$, waarbij C' het voetpunt van C op lijn BD is	2
• Dus $\angle C'BC = 45° + \angle DAB = \angle C''AC$, waarbij C'' het voetpunt van C op lijn AD is	1
• $\Delta CC'B$ en $\Delta CC''A$ zijn congruent vanwege gelijke hoeken en $BC = AC$	1
• $CC' = CC''$, dus C ligt op de bissectrice van $\angle D$	1
Maximumscore 5	
18 □ • ΔDBA is een rechthoekige driehoek	1
• Dus M is het middelpunt van de cirkel door A, B en D	2
• Dus MD is constant	1
• $\angle ADB = 90°$, dus M ligt op een kwartcirkel met D als middelpunt	1

Opmerking
Onderdeel 18 van het examen begint met de woorden “Laat zien”. Omdat deze terminologie niet in de gangbare nomenclatuur voorkomt, mogen voor een redenering waarin de kandidaat voor minstens drie posities van driehoek ABC aantoont dat M op de kwartcirkel met middelpunt D ligt, 4 punten toegekend worden. Als dit voor twee posities gebeurd is, mogen 3 punten toegekend worden, en voor één positie 2 punten. Omdat de vraag spreekt over een “baan”, en dus over oneindig veel punten, kan het maximale aantal van 5 punten slechts toegekend worden als voor een willekeurige ligging van driehoek ABC aangetoond is dat M op de kwartcirkel met middelpunt D ligt.

Einde