Wiskunde B (oude stijl)

Examen VWO

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs

2001

Tijdvak 2
Woensdag 20 juni
13.30 – 16.30 uur

Voor dit examen zijn maximaal 90 punten te behalen; het examen bestaat uit 14 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van opgave 3 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, dan worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

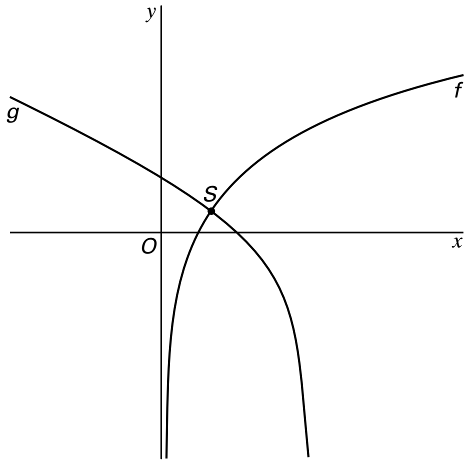
[redacted] Opgave 1

De functies f en g zijn gegeven door:

$f(x) = \ln 2x$
$g(x) = \ln(2 - x)$

In figuur 1 zijn de grafieken van f en g getekend met snijpunt S.

figuur 1



8p **1** □ Bereken de hoek waaronder de grafieken van f en g elkaar snijden; geef het antwoord in graden nauwkeurig.

De lijn met vergelijking $x = p$ snijdt de grafiek van f in het punt A en de grafiek van g in het punt B.

6p **2** □ Bereken p in het geval dat $AB = \ln 2$.

C is het punt van de grafiek van f waarvoor geldt dat de richtingscoëfficiënt van de lijn OC maximaal is.

6p **3** □ Bereken de coördinaten van C.

De lijn met vergelijking $y = 2$ snijdt de grafiek van f in het punt P en de grafiek van g in het punt Q.
S' is de projectie van S op de lijn $y = 2$.

5p **4** □ Toon aan dat voor de lengte van de lijnstukken $S'Q$ en $S'P$ geldt $S'Q = 2S'P$.

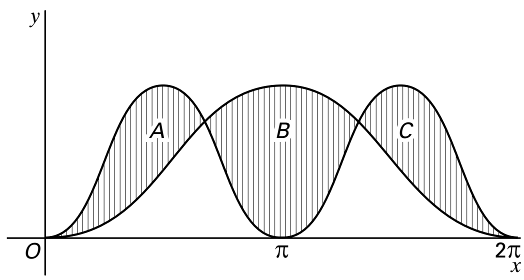
[redacted] Opgave 2

Met domein $[0, 2\pi]$ zijn de functies f en g gegeven door:

$f(x) = 2\sin^2 x$ en $g(x) = 1 - \cos x$

In figuur 2 zijn de grafieken van f en g getekend.

figuur 2



De vlakdelen ingesloten door de grafieken van f en g zijn in figuur 2 aangegeven door A, B en C en met verticale lijnstukken gearceerd.

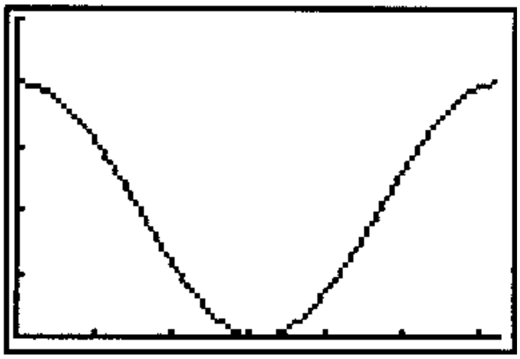
7p **5** □ Bereken de maximale lengte van een verticaal lijnstuk in het vlakdeel A.

7p **6** □ Bereken de oppervlakte van het vlakdeel B.

Op het venster van een grafische rekenmachine wordt de grafiek van de functie h, gegeven door

$h(x) = \dfrac{f(x)}{g(x)}$, weergegeven zoals in figuur 3.

figuur 3

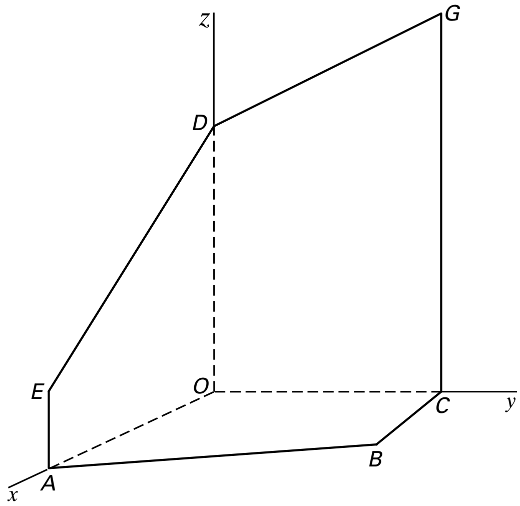


5p **7** □ Bewijs dat $h(x)$ te schrijven is als $h(x) = a + b\cos(cx + d)$.

Opgave 3

In figuur 4 en op de bijlage zijn drie grensvlakken van een afgeknot prisma $OABC.DEFG$ getekend ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel $Oxyz$.
Van dit lichaam is gegeven:
$OABC$ is een vlieger met
$OA = AB = 8$, $OC = CB = 6$,
$AE = 2$, $CG = 10$ en $OD = 7$;
de opstaande ribben OD, AE, BF en CG zijn evenwijdig aan de z-as.

figuur 4



8p **8** □ Bereken de hoek van de vlakken OBG en $OABC$; geef het antwoord in graden nauwkeurig.

Van een kegel ligt de top T in het vlak DEG.
De grondcirkel van deze kegel gaat door O, A, B en C.

8p **9** □ Bereken de inhoud van deze kegel.

6p **10** □ Teken punt F in de figuur van de bijlage; licht je werkwijze toe.

Let op: de laatste opgave van dit examen staat op de volgende pagina.

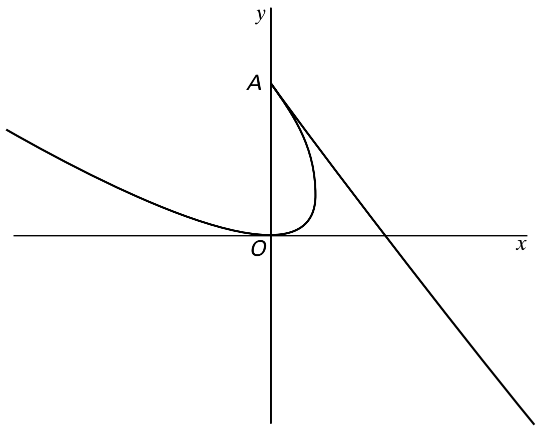
Opgave 4

De kromme K is gegeven door:

$x(t) = t(2-t)^2$ en $y(t) = t^2(3-t)$

In figuur 5 is K getekend.

figuur 5



6p **11** □ Bereken de coördinaten van de snijpunten van de lijn $y = -x + 3$ met de kromme K.

K heeft twee punten met de y-as gemeen: O en A.

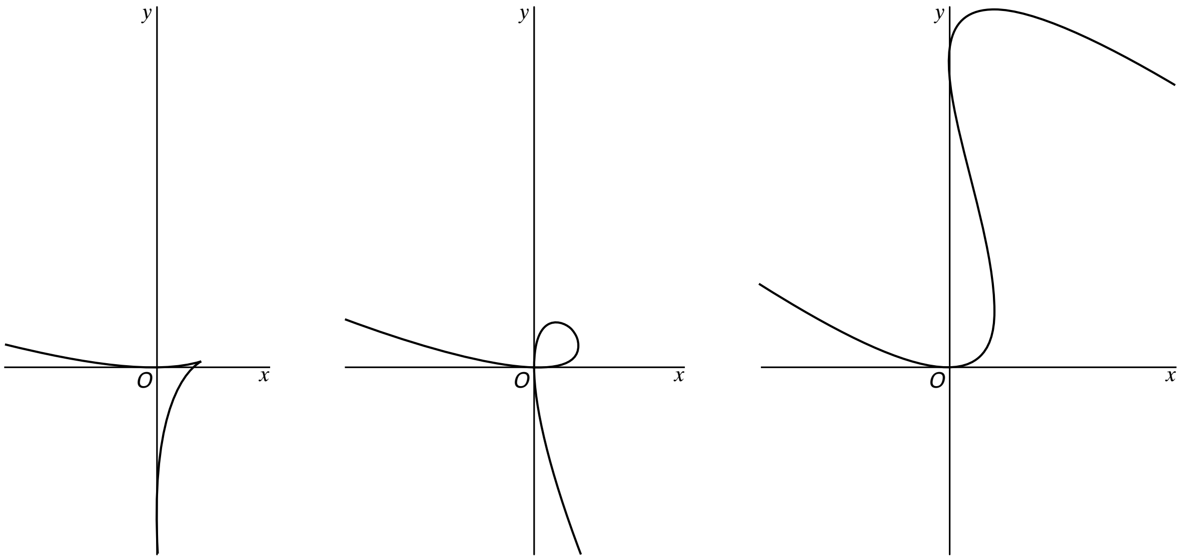
7p **12** □ Bereken de hoek die de kromme K maakt met de y-as in het punt A. Geef het antwoord in graden nauwkeurig.

Voor elke $a \in \mathbb{R}$ is de kromme K_a gegeven door:

$x(t) = t(2-t)^2$ en $y(t) = t^2(a-t)$

Voor $a = 3$ krijgen we de kromme K van figuur 5.
In figuur 6 zijn achtereenvolgens K_1, K_2 en K_4 getekend.

figuur 6



Het lijkt erop dat voor $a \neq 3$ alle K_a de y-as raken.

6p **13** □ Bewijs dat alle K_a voor $a \neq 3$ de y-as raken .

5p **14** □ Bewijs dat K_2 symmetrisch is ten opzichte van de lijn $y = x$.

Einde