

Dit examen bestaat uit 15 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van de opgaven 3 en 4 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1

Gegeven is de functie

$$f: x \rightarrow |\ln(x + 4)|.$$

- 4p **1** Geef aan hoe men de grafiek van f kan afleiden uit de grafiek van $x \rightarrow \ln x$ en teken de grafiek van f .
- De grafiek van f heeft één punt met de x -as gemeen.
- 5p **2** Bereken de hoek die de raaklijnen aan de grafiek van f in dat punt met elkaar maken.
- De lijn $y = p$ snijdt de grafiek van f in de punten A en B .
- 7p **3** Bereken p in het geval dat $AB = 1\frac{1}{2}$.
- V is het begrensde vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f , de x -as en de y -as.
- 7p **4** Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat als V om de y -as wentelt.

Opgave 2

De kromme K is gegeven door

$$\begin{cases} x = 4 \sin^2 t - 2 \\ y = \frac{1}{\cos t} - 2 \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi] \setminus \{\frac{1}{2}\pi, 1\frac{1}{2}\pi\}$.

In figuur 1 is K getekend.

- 5p **5** Bereken de coördinaten van de snijpunten van K met de coördinaat-assen.

A en B zijn de eindpunten van de beide takken van K .

- 4p **6** Bereken de coördinaten van A en B .

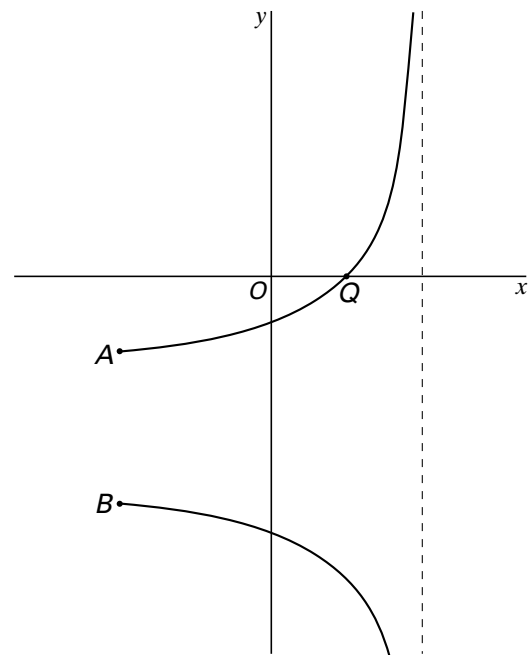
P is een punt van de bovenste tak van K .
 m is de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in P .

- 5p **7** Bereken $\lim_{P \rightarrow A} m$.

Q is het snijpunt van K met de x -as.

- 4p **8** Toon aan dat de lijn BQ raaklijn is aan K .

figuur 1



Opgave 3

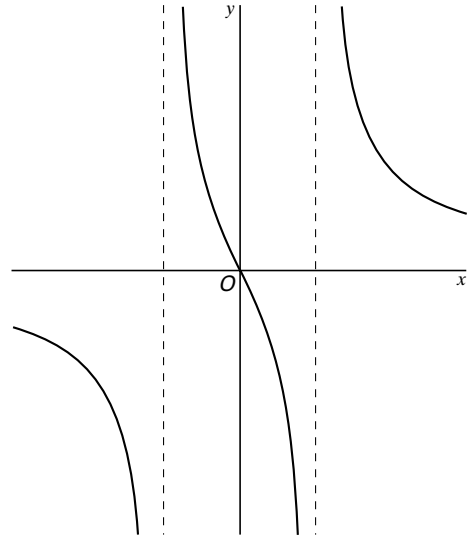
Voor $p > 0$ zijn gegeven de functies

$$f_p: x \rightarrow \frac{2x}{x^2 + p} \text{ en}$$

$$g_p: x \rightarrow \frac{2x}{x^2 - p}$$

In figuur 2 en in de figuur op de bijlage is de grafiek van g_1 getekend.

figuur 2



- 9p **9** Onderzoek f_1 en teken de grafiek van f_1 in de figuur op de bijlage. Bepaal hierbij ook de eventuele snijpunten van de grafieken van f_1 en g_1 .

Voor elke $p > 0$ liggen de toppen van de grafiek van f_p zowel op de verticale asymptoten van de grafiek van g_p als op de kromme $y = \frac{1}{x}$.

- 6p **10** Bewijs dit.

De raaklijn aan de grafiek van f_p in $O(0, 0)$ snijdt de grafiek van g_p in het punt A met positieve x -coördinaat.

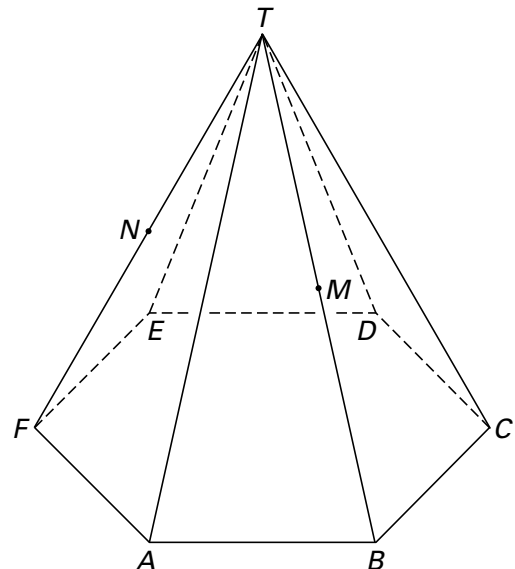
De projectie van A op de x -as is het punt B .

- 9p **11** Bewijs dat de oppervlakte van het vlakdeel dat ingesloten wordt door de grafiek van f_p , de x -as en de lijn AB onafhankelijk is van p .

Opgave 4

In figuur 3 en in de figuur op de bijlage is de regelmatige zeszijdige piramide $T.ABCDEF$ getekend.

figuur 3



De middens van de ribben BT en FT zijn achtereenvolgens M en N .

Gegeven is verder dat $AB = 6$ en dat de afstand van T tot het grondvlak $ABCDEF$ gelijk is aan $6\sqrt{3}$.

- 6p **12** Bereken de hoek tussen de lijn AM en het vlak $ABCDEF$.

- 6p **13** Teken in de figuur op de bijlage de doorsnede van het vlak AMN met de piramide.

- 6p **14** Bereken de kortste weg van A naar C over de zijvlakken van de piramide via de ribbe BT .

- 7p **15** Onderzoek of er een bol bestaat door de hoekpunten van het lichaam $BCEF.MN$.

Einde