

Dit examen bestaat uit 15 vragen.
Voor elk vraagnummer is aangegeven hoeveel punten met een goed antwoord behaald kunnen worden.
Voor de uitwerking van opgave 3 is een bijlage toegevoegd.

Als bij een vraag een verklaring, uitleg of berekening vereist is, worden aan het antwoord meestal geen punten toegekend als deze verklaring, uitleg of berekening ontbreekt.

Geef niet meer antwoorden (redenen, voorbeelden e.d.) dan er worden gevraagd. Als er bijvoorbeeld twee redenen worden gevraagd en je geeft meer dan twee redenen, worden alleen de eerste twee in de beoordeling meegeteld.

Opgave 1

De kromme K is gegeven door $x = t^2 - 3$ en $y = t^3 - 3t$.

- 9p **1** Teken K , bereken daartoe eerst de coördinaten van
- de snijpunten van K met de coördinaatassen,
 - de punten van K waarin de raaklijn aan K evenwijdig is aan één van de coördinaatassen.

De coördinaten van de punten van K voldoen aan de vergelijking $y^2 = x^2(x + 3)$.

- 3p **2** Toon dit aan.

V is het vlakdeel ingesloten door K .

- 5p **3** Bereken de inhoud van het lichaam dat ontstaat door V te wentelen om de x -as.

De lijn $y = ax$ heeft precies één punt met K gemeenschappelijk.

- 6p **4** Bereken voor welke waarden van a dit het geval is.

Opgave 2

Gegeven is de functie $f: x \rightarrow \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x}$
met domein $[0, 2\pi] \setminus \{\frac{1}{2}\pi, 1\frac{1}{2}\pi\}$.

In figuur 1 is de grafiek van f getekend.

Op hetzelfde domein is g de functie
 $g: x \rightarrow -\frac{3}{2} \tan x$.

- 8p **5** Los op: $f(x) = g(x)$.

Uit figuur 1 blijkt dat de grafiek van f
dalend is voor $\frac{1}{2}\pi < x < 1\frac{1}{2}\pi$.

- 7p **6** Bewijs dit.

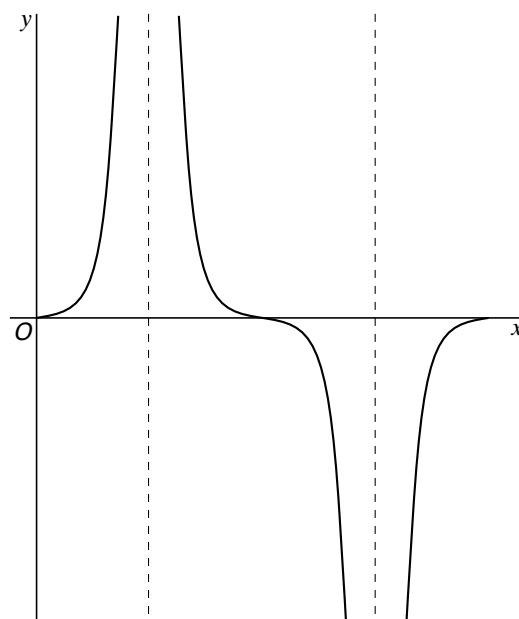
V is het vlakdeel begrensd door de grafiek
van f , de x -as en de lijn $x = 1\frac{1}{4}\pi$.

- 2p **7** Toon eerst aan dat $f(x)$ te schrijven is als

$$f(x) = \frac{\sin x}{\cos^2 x} - \sin x.$$

- 7p **8** Bereken nu de oppervlakte van V .

figuur 1



Opgave 3

In figuur 2 hiernaast en in figuur 1 op de bijlage is de regelmatige vierzijdige piramide $T.ABCD$ getekend.

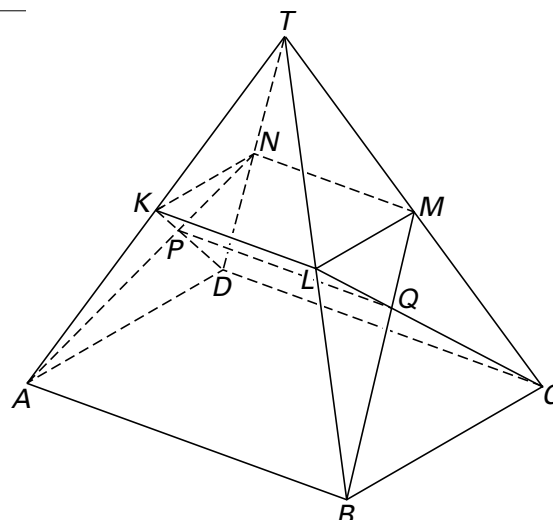
De middens van de ribben AT , BT , CT en DT zijn achtereenvolgens K , L , M en N .

P is het snijpunt van AN en DK .

Q is het snijpunt van BM en CL .

Gegeven is verder dat $AB = BC = 6$ en dat de afstand van T tot het vlak $ABCD$ ook gelijk is aan 6.

figuur 2



7p **9** Bereken de inhoud van het lichaam $ABCD.KL$.

4p **10** Arceer in figuur 2 van de bijlage de loodrechte projectie van het lichaam $KLMN.PQ$ op het grondvlak $ABCD$.

7p **11** Bereken de afstand van de lijn MN tot het vlak ABT .

De bol met middelpunt T en straal TK snijdt de zijvlakken van de piramide volgens een aantal cirkelbogen.

7p **12** Onderzoek door een berekening of de weg van K naar M via deze cirkelbogen langer is dan de weg via de cirkel door K , L en M .

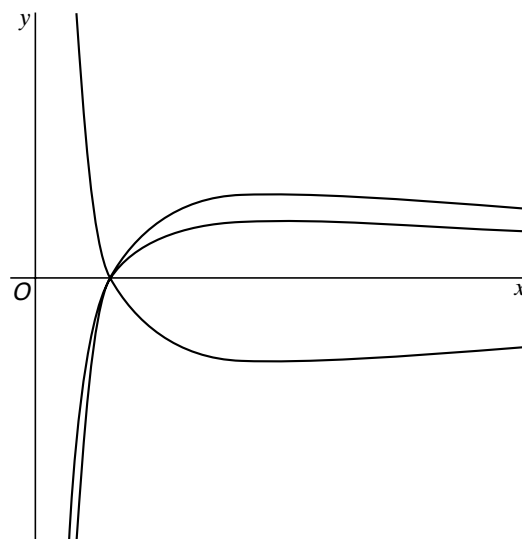
Opgave 4

Voor elke $a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ is de functie f_a

gegeven door $f_a(x) = a \frac{\ln x}{x}$.

In figuur 3 is de grafiek van f_a getekend voor enkele waarden van a .

figuur 3



5p **13** Bereken voor welke waarde van a de maximale y -coördinaat van een punt op de grafiek van f_a gelijk is aan 3.

6p **14** Bereken de waarden van a waarvoor de grafiek van f_a de x -as snijdt onder een hoek van 30° .

Neem $a = 2$.

De lijn $y = p$ snijdt de y -as in het punt A en de grafiek van f_2 in de punten B en C zo dat $AC = 2AB$.

7p **15** Bereken p .

Einde