Wiskunde B Profi

Correctievoorschrift VWO

Voorbereidend
Wetenschappelijk
Onderwijs

19 99

Tijdvak 2

1 Regels voor de beoordeling

Het werk van de kandidaten wordt beoordeeld met inachtneming van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit VWO/HAVO/MAVO/VBO. Voorts heeft de CEVO op grond van artikel 39 van dit Besluit de Regeling beoordeling centraal examen vastgesteld (CEVO-94-427 van september 1994) en bekendgemaakt in het Gele Katern van Uitleg, nr. 22a van 28 september 1994.

Voor de beoordeling zijn de volgende passages van de artikelen 41 en 42 van het Eindexamenbesluit van belang:
1 De directeur doet het gemaakte werk met een exemplaar van de opgaven en het procesverbaal van het examen toekomen aan de examinator. Deze kijkt het werk na en zendt het met zijn beoordeling aan de directeur. De examinator past bij zijn beoordeling de normen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
2 De directeur doet de van de examinator ontvangen stukken met een exemplaar van de opgaven, de beoordelingsnormen, het procesverbaal en de regels voor het bepalen van de cijfers onverwijld aan de gecommitteerde toekomen.
3 De gecommitteerde beoordeelt het werk zo spoedig mogelijk en past bij zijn beoordeling de normen en de regels voor het toekennen van scorepunten toe die zijn gegeven door de CEVO.
4 De examinator en de gecommitteerde stellen in onderling overleg het aantal scorepunten voor het centraal examen vast.
5 Komen zij daarbij niet tot overeenstemming, dan wordt het aantal scorepunten bepaald op het rekenkundig gemiddelde van het door ieder van hen voorgestelde aantal scorepunten, zo nodig naar boven afgerond.

2 Algemene regels

Voor de beoordeling van het examenwerk zijn de volgende bepalingen uit de CEVO-regeling van toepassing:

1 De examinator vermeldt op een lijst de namen en/of nummers van de kandidaten, het aan iedere kandidaat voor iedere vraag toegekende aantal scorepunten en het totaal aantal scorepunten van iedere kandidaat.

2 Voor het antwoord op een vraag worden door de examinator en door de gecommitteerde scorepunten toegekend in overeenstemming met het antwoordmodel. Scorepunten zijn de getallen 0, 1, 2, .., n, waarbij n het maximaal te behalen aantal scorepunten voor een vraag is.

3 Scorepunten worden toegekend met inachtneming van de volgende regels:
3.1 indien een vraag volledig juist is beantwoord, wordt het maximaal te behalen aantal scorepunten toegekend;
3.2 indien een vraag gedeeltelijk juist is beantwoord, wordt een deel van de te behalen scorepunten toegekend in overeenstemming met het antwoordmodel;
3.3 indien een antwoord op een open vraag niet in het antwoordmodel voorkomt en dit antwoord op grond van aantoonbare, vakinhoudelijke argumenten als juist of gedeeltelijk juist aangemerkt kan worden, moeten scorepunten worden toegekend naar analogie of in de geest van het antwoordmodel;
3.4 indien één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, wordt uitsluitend het eerstgegeven antwoord beoordeeld;
3.5 indien meer dan één voorbeeld, reden, uitwerking, citaat of andersoortig antwoord gevraagd wordt, worden uitsluitend de eerstgegeven antwoorden beoordeeld, tot maximaal het gevraagde aantal;

3.6 indien in een antwoord een gevraagde verklaring of uitleg of berekening ontbreekt dan wel foutief is, worden 0 scorepunten toegekend, tenzij in het antwoordmodel anders is aangegeven;
3.7 indien in het antwoordmodel verschillende mogelijkheden zijn opgenomen, gescheiden door het teken /, gelden deze mogelijkheden als verschillende formuleringen van hetzelfde antwoord.

4 Een fout mag in de uitwerking van een vraag maar één keer worden aangerekend, tenzij daardoor de vraag aanzienlijk vereenvoudigd wordt en/of tenzij in het antwoordmodel anders is vermeld.

5 Een zelfde fout in de beantwoording van verschillende vragen moet steeds opnieuw worden aangerekend, tenzij in het antwoordmodel anders is vermeld.

6 Indien de examinator of de gecommitteerde meent dat in een toets of in het antwoordmodel bij die toets een fout of onvolkomenheid zit, beoordeelt hij het werk van de kandidaten alsof toets en antwoordmodel juist zijn.
Hij kan de fout of onvolkomenheid mededelen aan de CEVO.
Het is niet toegestaan zelfstandig af te wijken van het antwoordmodel. Met een eventuele fout wordt bij de definitieve normering van het examen rekening gehouden.

7 Voor deze toets kunnen maximaal 100 scorepunten worden behaald.
Het aantal scorepunten is de som van:
a. 10 scorepunten vooraf;
b. het aantal voor de beantwoording toegekende scorepunten;
c. de extra scorepunten die zijn toegekend op grond van een beslissing van de CEVO.

8 Het cijfer van het centraal examen wordt verkregen door het aantal scorepunten te delen door het getal 10.

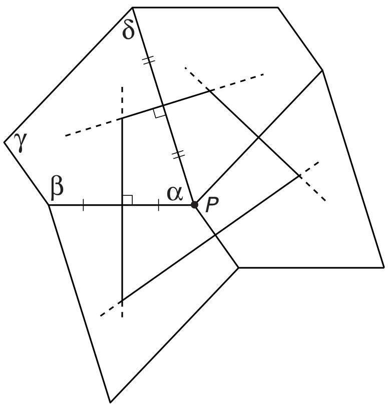
3 Vakspecifieke regel

Voor het vak Wiskunde B Profi VWO is de volgende vakspecifieke regel vastgesteld:

Voor elke rekenfout of verschrijving in de berekening wordt één punt afgetrokken tot het maximum van het aantal punten dat voor dat deel van die vraag kan worden gegeven.

4 Antwoordmodel

Antwoorden	Deel-scores
Opgave 1 Een vlakvulling	
Maximumscore 5	
1 □ • het tekenen van de vier middelloodlijnen	4
• het aangeven van de Voronoi-cel	1



Maximumscore 6	
2 □ • $\alpha + \gamma = 180°$	2
• het deel van de cel dat op een van de vierhoeken ligt (zeg het deel met hoek α) heeft twee rechte hoeken, dus: α + de vierde hoek = 180°	2
• hieruit volgt dat de vierde hoek γ is	1
• evenzo voor de andere hoekpunten van de cel	1
Opgave 2 Een familie exponentiële functies	
Maximumscore 9	
3 □ • $f_2'(x) = \frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}}$	2
• $\frac{1}{2}e^{\frac{x}{2}} = \frac{e}{2}$	2
• dit geeft $x = 2$	2
• $x = 2$ geeft raakpunt $(2, e)$	1
• $(2, e)$ ligt op de lijn $y = \frac{e}{2} \cdot x$	2

Antwoorden	Deel-scores

Maximumscore 7

4 □	• het snijpunt van de grafiek van f_1 met l is $(\ln 4, 4)$	1
	• de oppervlakte van G_0 is $4\ln 4 - \int_0^{\ln 4} f_1(x)\,\mathrm{d}x$	3
	• een primitieve van $f_1(x)$ is e^x	1
	• het antwoord $4\ln 4 - 3$	2
	of	
	• de oppervlakte van G_0 is $\int_1^4 x\,\mathrm{d}y$	2
	• $y = \mathrm{e}^x$ geeft $x = \ln y$	2
	• een primitieve van $\ln y$ is $y\ln y - y$	1
	• het antwoord $4\ln 4 - 3$	2

Maximumscore 6

5 □	• $S_0S_1 = \ln 3$	1
	• $f_n(x) = 3$ geeft $x = n\ln 3$	2
	• de lengte van S_nS_{n+1} is $(n+1)\ln 3 - n\ln 3 = \ln 3$ voor elke n	3

Antwoorden	Deel-scores
Maximumscore 6	
6 □ • het snijpunt van de grafiek van $f_n(x)$ met l is $(n\ln 4, 4)$	1
• de oppervlakte van G_n is $\int_0^{n\ln 4} f_n(x)\,dx + 4\ln 4 - \int_0^{(n+1)\ln 4} f_{n+1}(x)\,dx$	1
• $\int_0^{n\ln 4} f_n(x)\,dx = \left[n \cdot e^{\frac{x}{n}}\right]_0^{n\ln 4} = 3n$	1
• $\int_0^{(n+1)\ln 4} f_{n+1}(x)\,dx = 3n + 3$	1
• de oppervlakte van G_n is dus $4\ln 4 - 3$ voor $n = 1, 2, 3, \ldots$	1
• de oppervlakte van G_0 is ook $4\ln 4 - 3$	1
of	
• $y = e^{\frac{x}{n}}$ geeft $x = n\ln y$	1
• de oppervlakte van G_n is $\int_1^4 (n+1)\ln y\,dy - \int_1^4 n\ln y\,dy$ voor $n = 1, 2, 3, \ldots$	2
• de oppervlakte is $\int_1^4 \ln y\,dy$ voor $n = 1, 2, 3, \ldots$	1
• de oppervlakte van G_n is dus onafhankelijk van n en gelijk aan G_0	2
of	
• voor elke horizontale lijn die de grafieken van f_n snijdt, geldt de eigenschap van vraag 5	2
• de oppervlakte van G_n kan beschouwd worden als de som van de horizontale lijnstukjes (of rechthoekjes) tussen de grafieken van f_n en f_{n+1}	2
• vanwege de gelijkheid van de horizontale lijnstukjes (of rechthoekjes) zijn de oppervlakten van G_0, G_1, G_2, … gelijk	2

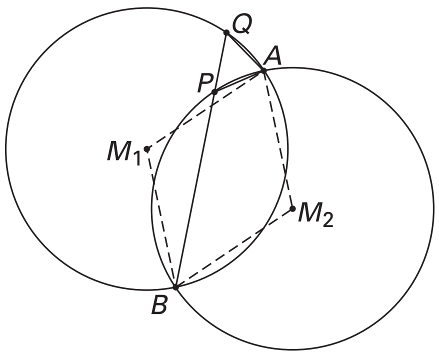
Opgave 3 Twee cirkels met gelijke straal

Maximumscore 6

7 □ • boog AP = boog AQ omdat ze beide met omtrekshoek ABP overeenkomen en de cirkels gelijke straal hebben **4**
• koorden AP en AQ zijn gelijk omdat de cirkels gelijke straal hebben **2**

of

• $\angle AQB = \frac{1}{2}\ \angle AM_1B$ **1**
• $\angle APB + \frac{1}{2}\ \angle AM_2B = 180^\circ$ **1**
• $\angle APQ = 180^\circ - \angle APB = \frac{1}{2}\ \angle AM_2B$ **1**
• $\angle AM_1B = \angle AM_2B$ **1**
• $\angle AQB = \angle APQ$ **1**
• dus $|AP| = |AQ|$ **1**



Opgave 4 Een kegel vouwen

Maximumscore 3

8 □ • omtrek van een volledige cirkel met straal 1 is 2π **1**
• de boog met middelpuntshoek α heeft als lengte $\frac{\alpha}{360} \cdot 2\pi$ en deze boog wordt de omtrek van de grondcirkel **2**

Maximumscore 5

9 □ • de straal van de grondcirkel is $\frac{\alpha}{360}$ **2**
• uit de stelling van Pythagoras volgt dat de hoogte van de kegel $\sqrt{1 - \left(\frac{\alpha}{360}\right)^2}$ is **2**
• de rest van het bewijs **1**

Maximumscore 5

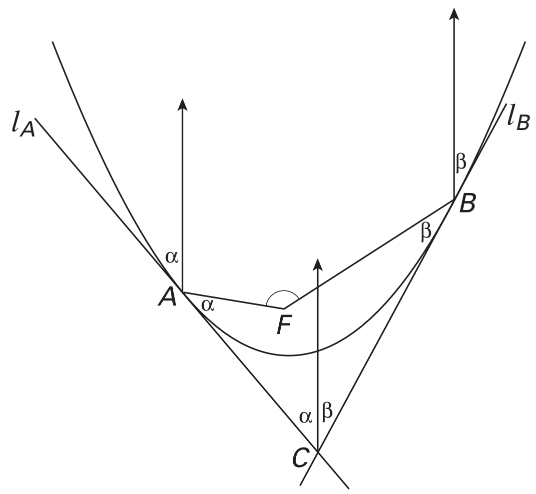
10 □ • het antwoord $\alpha = 294$ **1**
• de toelichting waaruit een correcte werkwijze blijkt, bijvoorbeeld hoe de GR is gebruikt om het antwoord te vinden **4**

Opgave 5 Een parabool met twee raaklijnen

Maximumscore 6

11 □ • de hoek die de lijn door A (of B), evenwijdig aan de as van de parabool, maakt met l_A (of l_B) is α (of β) — 3

• de lijn door C evenwijdig aan de as van de parabool, verdeelt dus γ in α en β — 3



Maximumscore 5

12 □ • in vierhoek $AFBC$ geldt $\alpha + \beta + \gamma +$ overstrekte hoek $AFB = 360^\circ$ — 3

• overstrekte hoek $AFB = 360^\circ - 2\gamma$ — 1

• $\angle AFB = 2\gamma$ — 1

Opgave 6 Een slingergolf

Maximumscore 5

13 □ • $f_n'(x) = \cos x + \cos nx$ — 2

• $f_n'(0) = 2$ voor elke n — 2

• de conclusie: de hoek is voor elke n even groot — 1

Antwoorden	Deel-scores

Maximumscore 7

14 □ • verkenning met de GR levert op dat er een extreem is voor $x = \frac{\pi}{2}$ als n oneven is **3**

• uit verkenning blijkt dat er een maximum is voor $x = \frac{\pi}{2}$ als n een viervoud plus 1 is **4**

of

• $f_n\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1 + \frac{1}{n} \cdot \sin n \cdot \frac{\pi}{2}$ is maximaal als $\sin n \cdot \frac{\pi}{2} = 1$ **3**

• dan is $n \cdot \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2} + k \cdot 2\pi$ **2**

• hieruit volgt dat $n = 1 + 4k$, dus n is een viervoud plus 1 **2**

of

• uit $f_n'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ volgt $\cos n \cdot \frac{\pi}{2} = 0$ **2**

• als n even is, is er geen extreem voor $x = \frac{\pi}{2}$; als n oneven is wel **1**

• $f_n\left(\frac{\pi}{2}\right)$ is een maximum als n een viervoud plus 1 is, met toelichting **4**

Maximumscore 9

15 □ • $O = \int_0^{\pi} \sin x \, dx = [-\cos x]_0^{\pi} = 2$ **2**

• $O_n = \int_0^{\pi} (\sin x + \frac{1}{n} \sin nx) dx = \left[-\cos x - \frac{1}{n^2} \cos nx\right]_0^{\pi}$ **3**

• $O_n = -\frac{1}{n^2} \cos n\pi + \frac{1}{n^2} + 2$ **2**

• $O_n = 2$ als n even is **1**

• $O_n = 2 + \frac{2}{n^2} \geqq 2$ als n oneven is **1**

Einde