

■ Opgave 1

Gegeven is de functie $f: x \rightarrow \ln(x^2 + 1)$.

- 7p 1 Bereken de coördinaten van de buigpunten van de grafiek van f .
- 6p 2 Onderzoek f verder en teken de grafiek van f .
- 6p 3 V is het vlakdeel begrensd door de grafiek van f en de lijn $y = 1$.
Bereken de inhoud van het omwentelingslichaam dat ontstaat door V te wentelen om de y -as.

■ Opgave 2

Gegeven is de functie $f: x \rightarrow \frac{2}{x}$ met domein \mathbb{R}^+ .

- De lijn $y = -x + p$ raakt de grafiek van f .
5p 4 Bereken p .

Voor $a > \sqrt{2}$ is V_a het vlakdeel begrensd door de x -as, de y -as, de lijn $x = a$, de lijn $y = a$ en de grafiek van f (zie figuur 1).

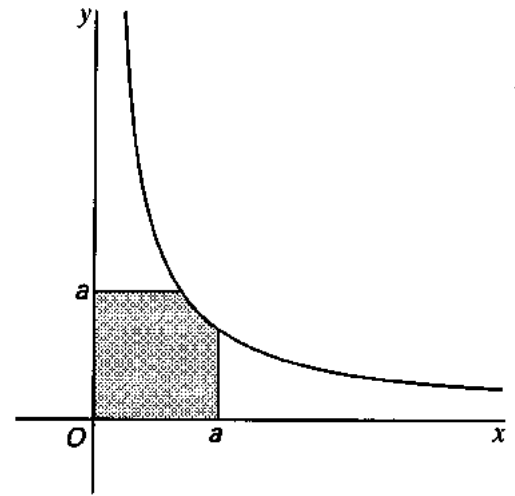
- 8p 5 Bereken a in het geval dat de oppervlakte van V_a gelijk is aan 6.

$P(p, q)$ is een willekeurig punt van de grafiek van f .

Q is het punt $(2p, 0)$ en R is het punt $(0, 2q)$.

- 8p 6 Bewijs dat de lijn QR de grafiek van f raakt in het punt P .

figuur 1



Opgave 3

De kromme K is gegeven door

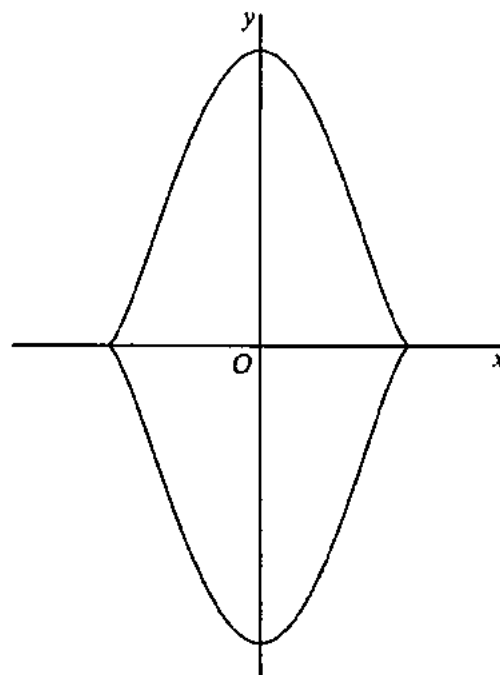
$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = 4 \sin^3 t \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

In figuur 2 is K getekend.

De coördinaatassen zijn symmetrie-assen van K .

figuur 2



- 7 Toon aan dat voor $t \neq 0, \pi$ en 2π de richtingscoëfficiënt van de raaklijn aan K in het punt $(x(t), y(t))$ van K gelijk is aan $-3 \sin 2t$.

R is een rechthoek waarvan de hoekpunten op K liggen en waarvan de zijden evenwijdig zijn aan de coördinaatassen.

- 8 Bereken hoe groot de oppervlakte van R maximaal kan zijn.

Voor elke $a \in \mathbb{R}$ is de kromme K_a gegeven door

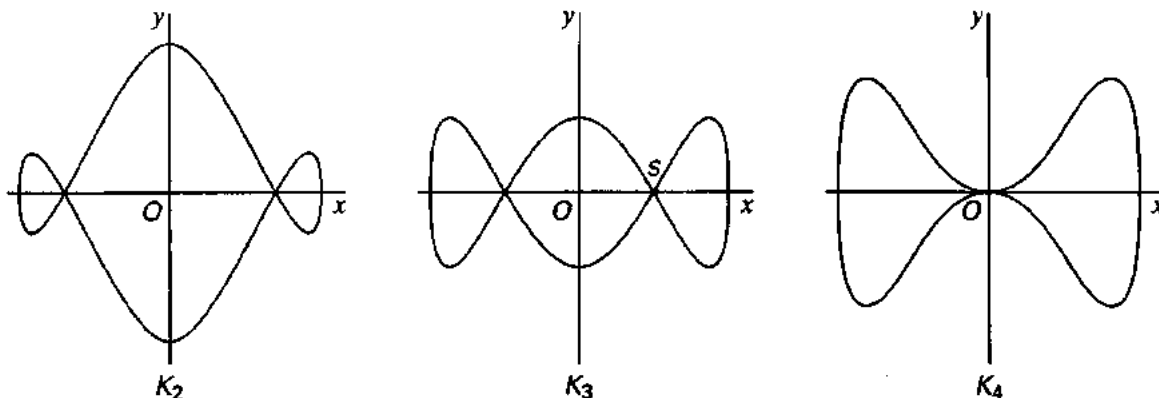
$$\begin{cases} x(t) = 2 \cos t \\ y(t) = 4 \sin^3 t - a \sin t \end{cases}$$

waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

Voor elke a zijn de coördinaatassen symmetrie-assen van K_a .

In figuur 3 zijn K_2, K_3 en K_4 getekend.

figuur 3

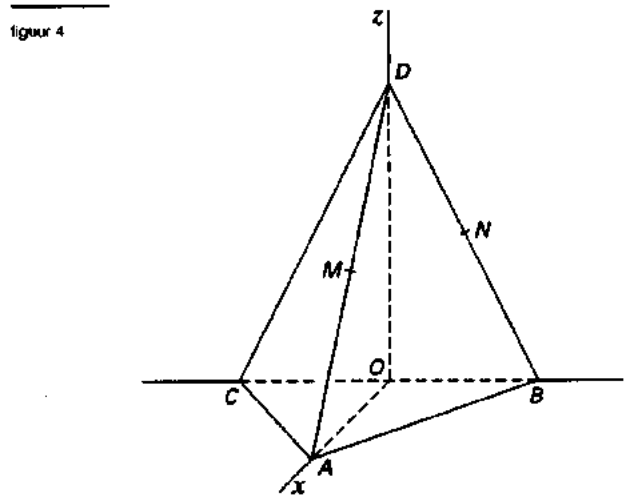


K_3 snijdt zichzelf in het punt S op de positieve x -as.

- 9 Bereken de hoek waaronder K_3 zichzelf in S snijdt.
- 10 Bereken voor welke waarden van a het aantal gemeenschappelijke punten van K_a en de x -as achtereenvolgens 2, 3 en 4 is.

Opgave 4

Ten opzichte van een rechthoekig assenstelsel $Oxyz$ is het viervlak $ABCD$ gegeven door $A(4, 0, 0)$, $B(0, 4, 0)$, $C(0, -4, 0)$ en $D(0, 0, 8)$.
 M is het midden van AD en N is het midden van BD .
 Het viervlak in figuur 4 en op de bijlage getekend.



De punten P en Q liggen zo op de z -as dat de driehoeken MNP en MNQ gelijkzijdig zijn.

- 6p 11 Bereken de z -coördinaten van P en Q .

V is een vlak door M en N .

V snijdt de z -as in R .

- 8p 12 Onderzoek welke waarden de z -coördinaat van R kan aannemen in het geval dat de doorsnede van V met het viervlak een vierhoek is.

β is de bol door de punten A, B, C en D .

W is een vlak door de oorsprong O .

Vlak W snijdt de bol β .

c is de snijcirkel van bol β en vlak W .

- 8p 13 Bereken welke waarden de oppervlakte van c kan aannemen.

Bijlage bij opgave 4

