Eindexamen wiskunde B vwo 1995-II

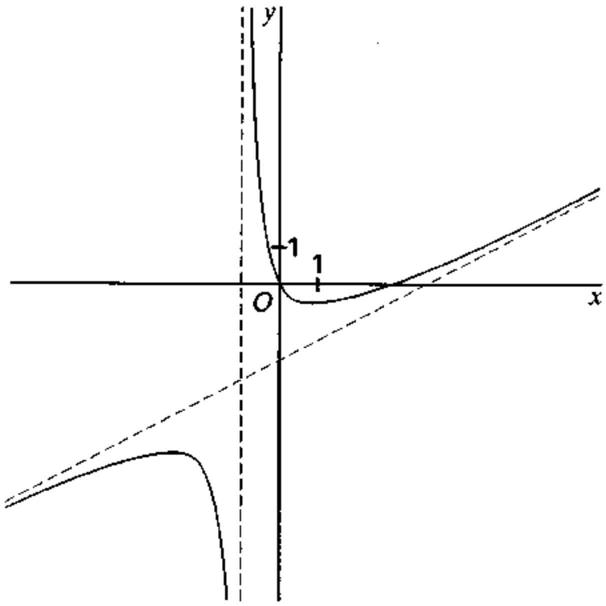
Opgave 1

De functie f met domein $\mathbb{R}\backslash\{-1\}$ is gegeven door:

$$f:\ x \to \frac{x^2 - 3x}{2x + 2}$$

De grafiek van f is in figuur 1 getekend.

figuur 1



5p **1** □ Bereken de coördinaten van de toppen van de grafiek van f.

3p **2** □ Stel een vergelijking op van de scheve asymptoot van de grafiek van f.
Geef een toelichting.

4p **3** □ Bereken de oppervlakte van het vlakdeel ingesloten door de grafiek van f en de x-as.

De rechtertak van de grafiek van f wordt 5 eenheden naar links verschoven. De linkertak van de grafiek van f wordt 5 eenheden omhoog verschoven.

5p **4** □ Bereken de x-coördinaten van de snijpunten van beide beeldgrafieken.

Opgave 2

Met domein $\mathbb{R}$ is de functie f gegeven door:

$f : x \rightarrow -2x \cdot e^x$

8p **5** □ Onderzoek f en teken de grafiek van f.

6p **6** □ Bereken de oppervlakte van het open vlakdeel begrensd door de grafiek van f en de negatieve x-as.

Verder is gegeven de differentiaalvergelijking D: $\dfrac{dy}{dx} = y + 2x \cdot e^x$

Een functie die een oplossing is van D heeft een uiterste waarde voor $x = 0$.

4p **7** □ Onderzoek of deze uiterste waarde een maximum of een minimum is.

Voor elke $a \in \mathbb{R}$ is de functie g_a gegeven door:

$g_a : x \rightarrow (x^2 - a) \cdot e^x$

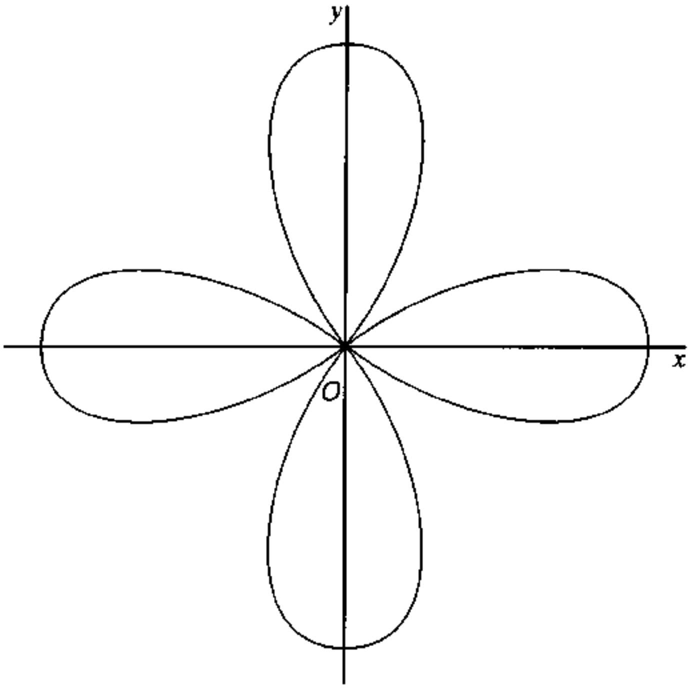
4p **8** □ Bewijs dat alle g_a oplossingen zijn van D.

5p **9** □ Onderzoek voor welke waarden van a de grafiek van g_a één of meer buigpunten heeft.

Opgave 3

De kromme K, die in figuur 2 is getekend, is gegeven door:
$x = 4\cos 2t \cdot \cos t$ en $y = 4\cos 2t \cdot \sin t$, waarbij $t \in [0, 2\pi]$.

figuur 2



5p **10** □ Bereken de coördinaten van de snijpunten van K met de x-as en van K met de y-as en de bijbehorende t-waarden.

7p **11** □ Bewijs dat K zichzelf loodrecht snijdt.

C is de cirkel met middelpunt O en straal 2.
C snijdt K in het eerste kwadrant in de punten P en Q.

7p **12** □ Bereken hoek POQ.

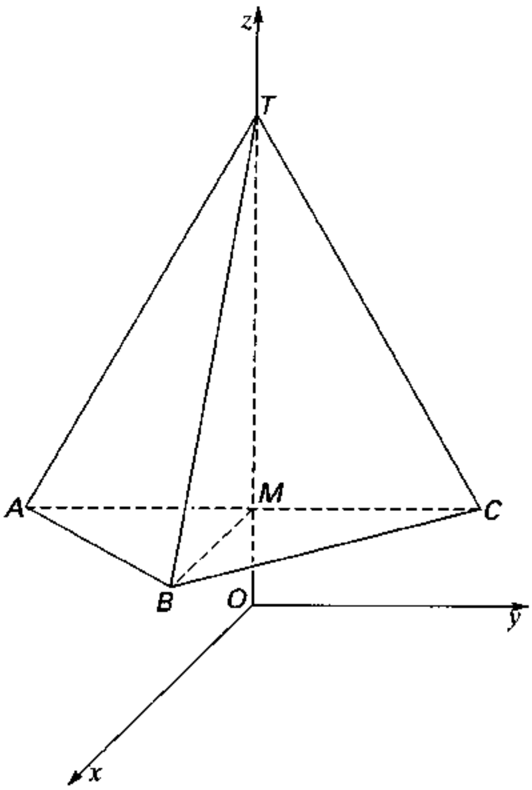
A is een willekeurig punt van K.
De lengte van OA is een functie van t.

6p **13** □ Teken de grafiek van deze functie.

Opgave 4

Van de piramide $T.ABC$, in figuur 3 getekend, is gegeven:
- $AC = AT = BT = CT = 8$,
- $AM = BM = CM$,
- $AB = BC$.

figuur 3



7p 14 □ Bereken de kortste route van A naar C via de ribbe BT.

Er wordt een assenstelsel aangenomen. De lijn MT is de z-as. De oorsprong O ligt op het verlengde van TM zo dat $MO = \sqrt{3}$.
De x-as is evenwijdig aan MB en de y-as evenwijdig aan MC.

Het punt L ligt op lijnstuk MT.
Driehoek ABC wordt vanuit L geprojecteerd op het Oxy-vlak. De oppervlakte van de beelddriehoek is 49.

7p 15 □ Bereken OL.

De piramide $T.ABC$ wordt om BC gewenteld totdat T in het eerste kwadrant van het Oxy-vlak terecht komt.

7p 16 □ Bereken in graden nauwkeurig de hoek waarover gewenteld wordt.